



Cofinanziato
dall'Unione europea



Ripartiamo dalla matematica

Strumenti e pratiche per una didattica inclusiva alla Scuola primaria

Modulo NUMERI E ALGORITMI





IPRASE

ISTITUTO PROVINCIALE PER LA RICERCA
E LA SPERIMENTAZIONE EDUCATIVA



Laboratorio “Numeri e algoritmi”

La memoria

Esempio dell'automaticità della “memoria aritmetica”

(Dehaene, 2010)

Perché il gioco riesca bene rispondete *il più velocemente possibile*, alle seguenti domande:

Quanto fa $2 + 2$?

$4 + 4$?

$8 + 8$?

$16 + 16$?

Adesso scegliete un numero
compreso tra 12 e 5.

Fatto?

Il numero che avete scelto è 7?

La semplice lettura dei numeri 12 e 5 è sufficiente a mettere incoscientemente in azione in voi una sottrazione 12-5.

Questo effetto è senza dubbio amplificato dall'addestramento iniziale alle addizioni, dall'ordine di presentazione inversa dei numeri 12 e 5 e dalla formulazione ambigua delle parole
“tra 12 e 5”
che invita a calcolare la distanza tra i due numeri.

(Dehaene, «Il pallino della matematica»)

Le tavole dell'addizione e della moltiplicazione

Provate a memorizzare....

- | | |
|---|-----------------|
| • Charles David abita in via Guillaume | $3+4=7$ |
| • Charles Guillaume abita in via Albert Zoe | $3+7=10$ |
| • Guillaume Etienne abita in via Albert Bertrand | $7+5=12$ |
| e ancora... | |
| • Charles David lavora in via Albert Bertrand | $3 \times 4=12$ |
| • Charles Guillaume lavora in via Bertrand Albert | $3 \times 7=21$ |
| • Guillaume Etienne lavora in via Charles Etienne | $7 \times 5=35$ |

Questo tipo di elenco risulta per noi difficilissimo perché la nostra memoria non è predisposta a trattenere questo tipo di informazioni.

(Dehaene, «Il pallino della matematica»)

The Analysis of a Model–Task Dyad in Two Settings: Zaplify and Pencil and Paper

by  Canan Güneş 

Faculty of Education, Simon Fraser University, Burnaby, BC V5A 1S6, Canada

Mathematics **2021**, *9*(5), 581; <https://doi.org/10.3390/math9050581>

Received: 31 January 2021 / Revised: 2 March 2021 / Accepted: 4 March 2021 / Published: 9 March 2021

(This article belongs to the Special Issue **Designing Tasks within Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments**)

Table 1. The various meanings of multiplication.

The Researcher	Key Concepts of Multiplication
Schwartz [16]	Multiplication is a mapping from “a quantity in one space to another quantity in another space” (p. 50). All multiplicative situations require the identification of three referents and three relationships between them.
Vergnaud [17]	Multiplicative situations include two variables and a functional relationship (many-to-one correspondence) between them.
Clark and Kamii [18]	Multiplication has two units which have inclusion relationships in two levels.
Confrey [19]	Multiplication is “an action of creating simultaneously multiple versions of an original” and named this action as “splitting” (p. 292).
Davydov [20]	Multiplication is a practical tool to quantify magnitudes by transferring the unit count from a smaller to a larger one “for which a relationship to another, smaller unit, is already established” (p. 12).

Mathematics **2021**, *9*(5), 581;
<https://doi.org/10.3390/math9050581>

Modello

The
Researcher

Key Concepts of Multiplication

Schwartz [16]

Multiplication is a mapping from "a quantity in one space to another quantity in another space" (p. 50). All multiplicative situations require the identification of three referents and three relationships between them.

La moltiplicazione che indica il numero di punti in uno schieramento

$$3 \times 4$$

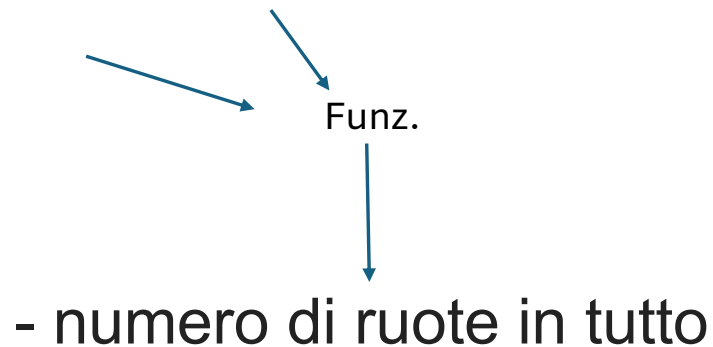
può essere rappresentata come:

$$\{3, \text{il numero di righe}\} \times \{4, \text{il numero di punti per riga}\} = \{12, \text{il numero di punti}\}$$

Le situazioni moltiplicative hanno **due variabili** e una relazione funzionale (molti-a-uno) che li lega.

Per es.:

- numero di ruote per macchina,
- numero di macchine



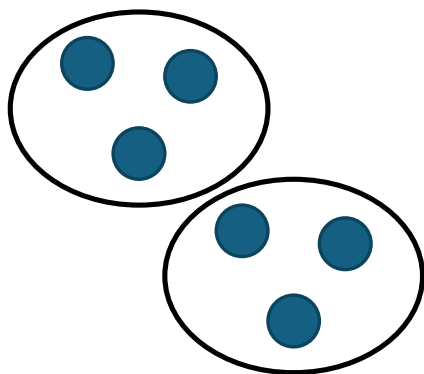
Una differenza importante tra moltiplicazione e addizione ripetuta:

la moltiplicazione ha unità che si riferiscono a due entità distinte; l'addizione no.

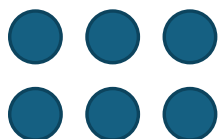
Vi è una corrispondenza multi-a-uno tra tali unità/moltitudini. Il cambiamento di dimensione di ciascuna unità/moltitudine è rispecchiato nella dimensione delle altre moltitudini

Vari modelli di moltiplicazione

Somma ripetuta



Schieramento



Schieramento
«senza buchi»



Area

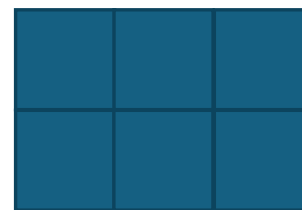
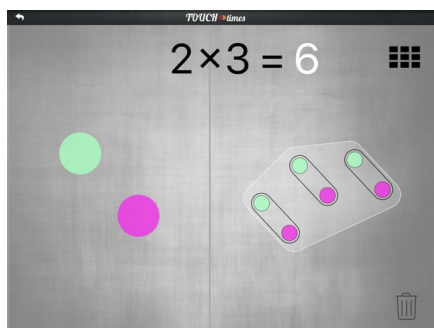
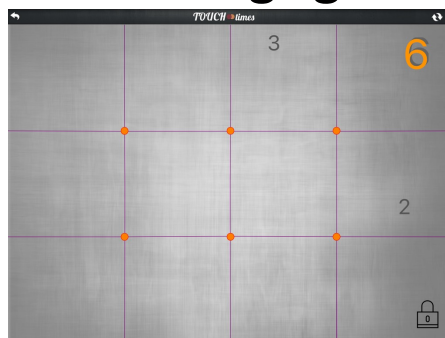


Diagramma
rettangolo



Spazzamento

Intersezioni
nella «griglia»

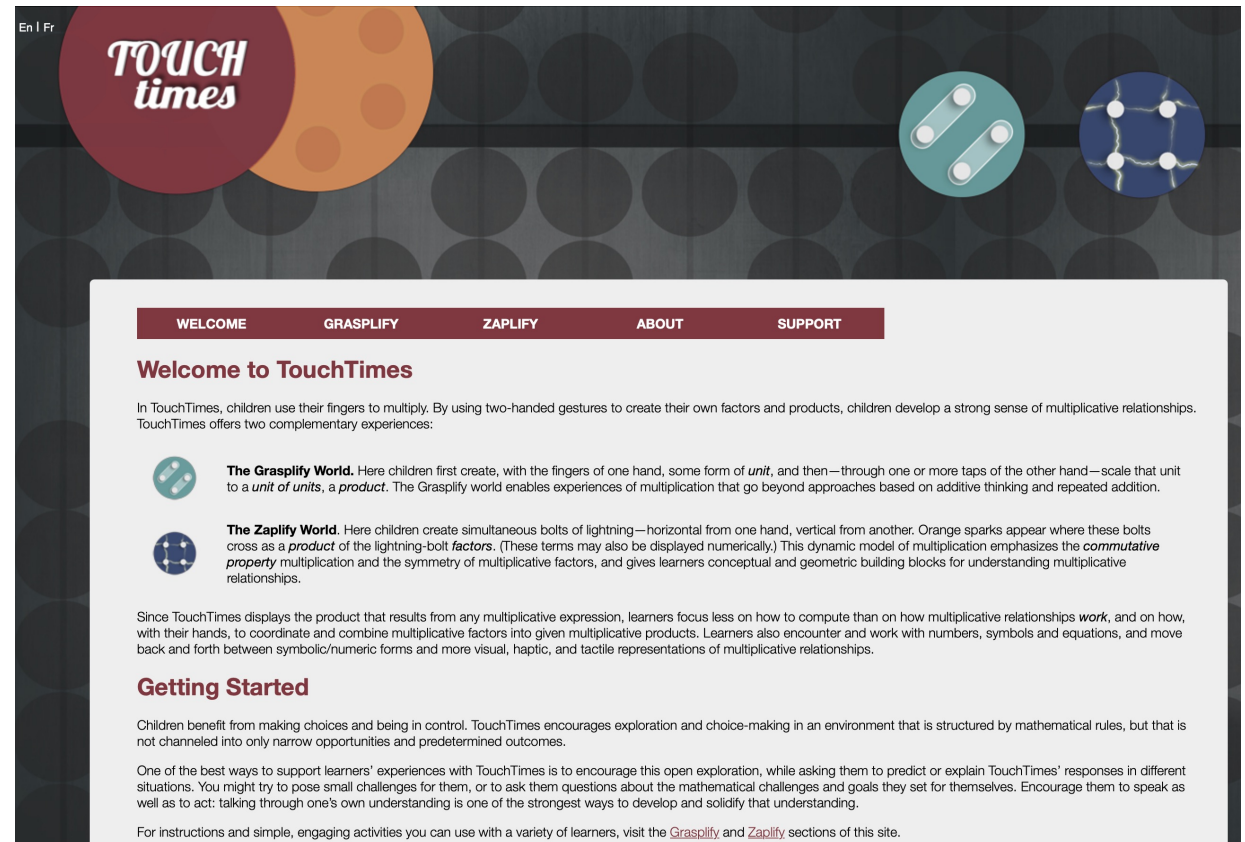


TouchCounts e TouchTimes

Due mondi per la moltiplicazione:

<http://www.touchcounts.ca/touchtimes/>

(per chi è curioso)





IPRASE Agosto 2026

CERCA DI CAPIRE COME HANNO PENSATO STEFANO E NIKA.

PER CALCOLARE $5+5+5$ HO PENSATO AL NUMERO DELLE DITA DI 3 MANI, HO CONTATO 5, 10, 15. QUINDI 15.

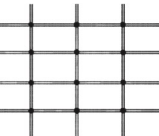
PER CALCOLARE $3+3+3+3$ HO PENSATO DI STARE SU UNA LINEA DEI NUMERI E ANDARE AVANTI DI 3 IN 3, PER 4 VOLTE. QUINDI 3, 6, 9, 12. HO FINITO SUL 12.

PER CALCOLARE $4+4+4$ HO PENSATO ALLE RUOTE TOTALI DI 3 MACCHINE, COSÌ:



QUINDI 12.

PER CALCOLARE $4+4+4$ HO PENSATO ANCHE IN UN ALTRO MODO, A UNA RETE. PER ESEMPIO, LO POSSO VEDERE COME GLI INCROCI CHE VENGONO DA 4 FILI TAGLIATI DA 3 FILI, COSÌ:



PER CALCOLARE $2+2+2+2+2$ HO PENSATO A FAGIOLI MESSI COSÌ:



HO VISTO 2 FILE DA 5 E QUINDI 10.



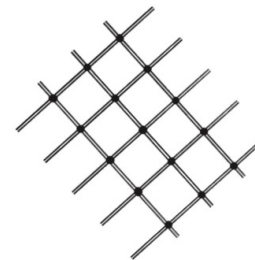


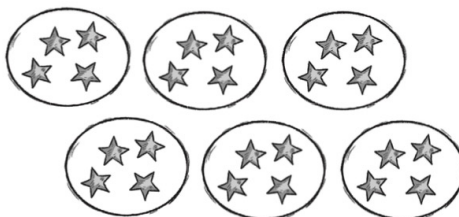

INSIEME A NIKA E STEFANO ABBIAMO
SCOPERTO TANTI MODI DI PENSARE ALLA
“MOLTIPLICAZIONE”. I MATEMATICI LA
VEDONO COME UN’OPERAZIONE E LA
SCRIVONO, PER ESEMPIO, COSÌ:
 $2+2+2+2+2=2\times 5$, PENSANDO
“2 PER 5 VOLTE”.

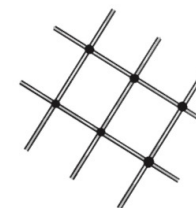
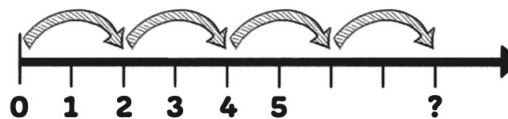




SCRIVETE OPERAZIONI DI MOLTIPLICAZIONE CHE CORRISPONDONO ALLE SEGUENTI FIGURE E CALCOLATE I RISULTATI.









DISEGNA SITUAZIONI CHE CORRISPONDONO ALLE SEGUENTI MOLTIPLICAZIONI E TROVA I RISULTATI, COME HANNO FATTO NIKA E STEFANO.

2

2×6

8×3

5

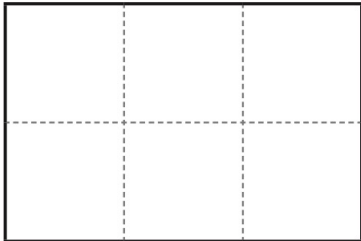
2

5×5

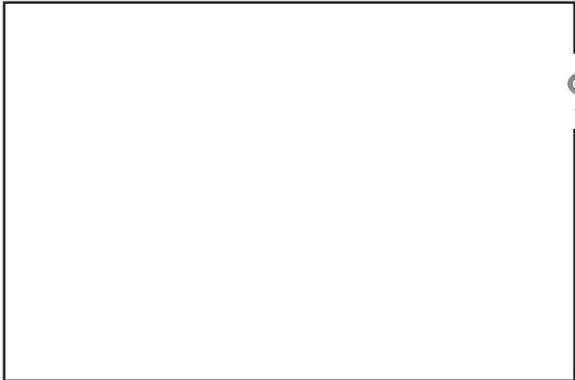




DESCRIVETE LA RAPPRESENTAZIONE
"3 PER 2 VOLTE" CON PAROLE VOSTRE.
 POI RAPPRESENTATE DI FIANCO
"2 PER 3 VOLTE".



3 PER 2 VOLTE



2 PER 3 VOLTE

CONFRONTATE LE RAPPRESENTAZIONI. DI QUANTI QUADRATINI SONO COMPOSTE IN TUTTO?
 QUALI DIFFERENZE NOTATE TRA LE DUE RAPPRESENTAZIONI?



PROVA A RAPPRESENTARE "6 PER 3 VOLTE" E "3 PER 6 VOLTE".
COME PUOI DESCRIVERE
QUESTE RAPPRESENTAZIONI
CON OPERAZIONI?



OPERAZIONE: _____

OPERAZIONE: _____



--	--	--	--	--	--

OPERAZIONE 1: _____

OPERAZIONE 2: _____

OPERAZIONE 1: _____

OPERAZIONE 2: _____



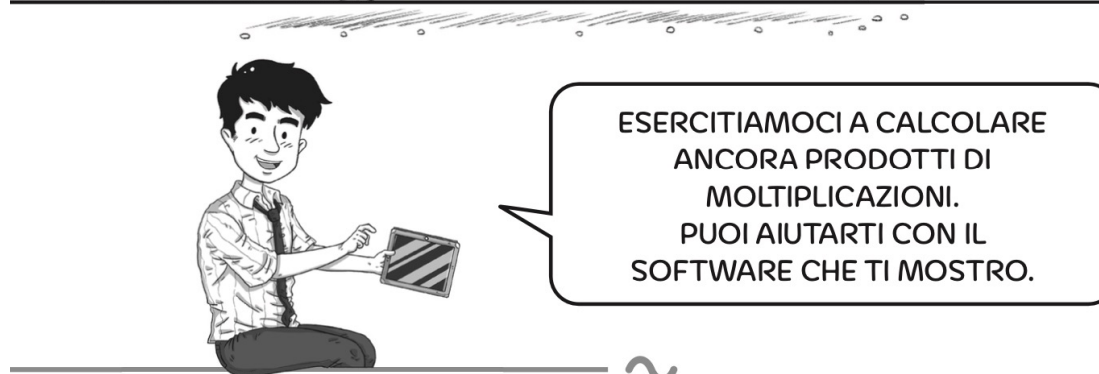
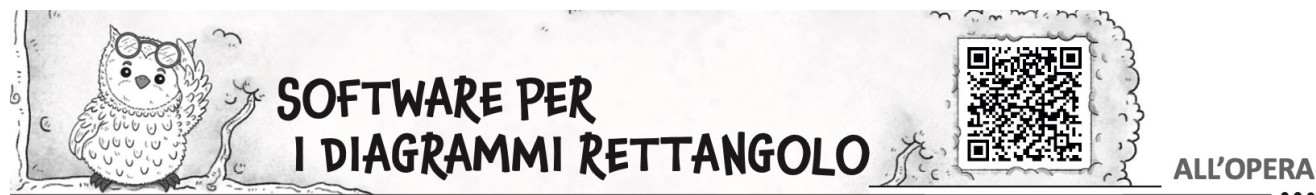
Software gratuiti su www.percontare.it



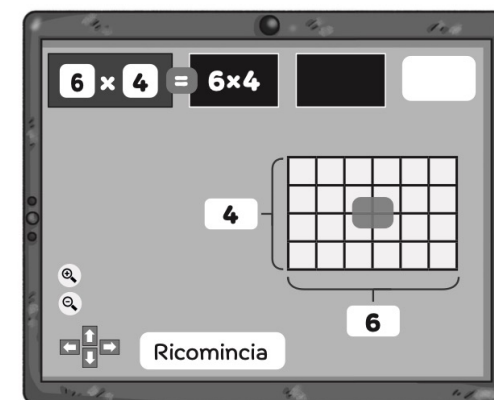
PerContare

IPRASE Agosto 2026





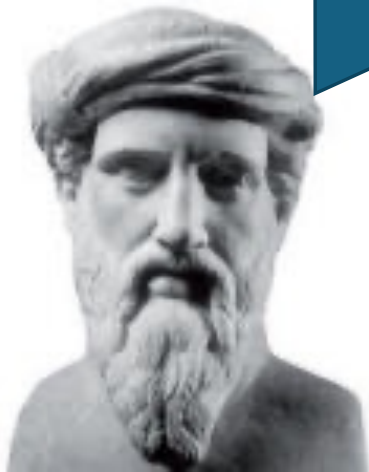
QUI SCRIVO LA MOLTIPLICAZIONE CHE VOGLIO CALCOLARE.



IL SOFTWARE DISEGNA IL DIAGRAMMA RETTANGOLO DELLA MOLTIPLICAZIONE CHE VOGLIO TROVARE.*

I rettangoli come modello per la moltiplicazione

Lo numero che è
contenuto da due
lati è detto numero
superficiale



I rettangoli come modello per la moltiplicazione

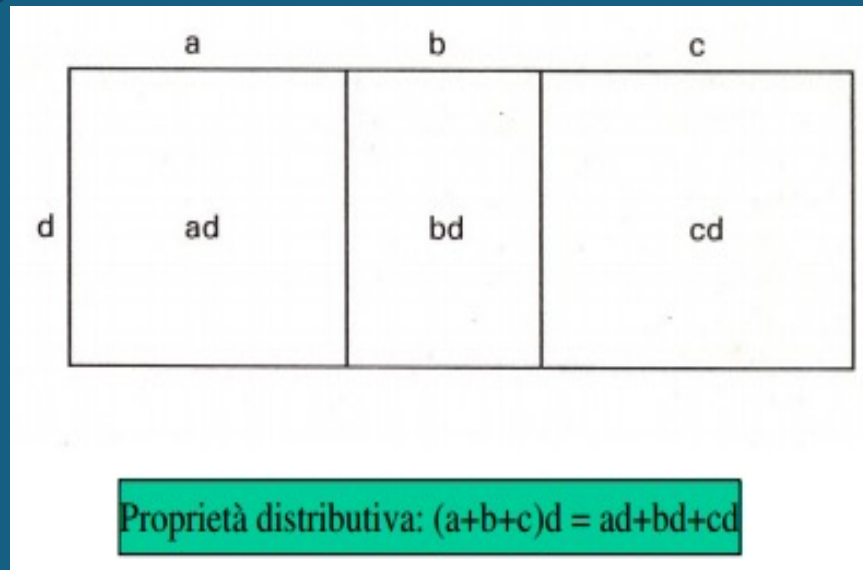
Lo num
cont
lati

Qualora siano due rette, e l'una o l'altra di esse sia secata in quanti mai si voglia segmenti, il rettangolo compreso dalle due rette è uguale ai rettangoli compresi dalla retta non secata e da ciascuno dei segmenti.



I rettangoli come modello per la moltiplicazione

Lo num
cont
lati



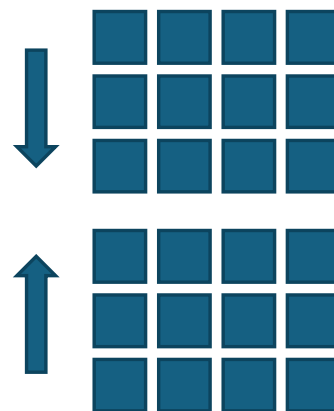
Il rettangolo può essere un buon modello per la moltiplicazione dato che permette di lavorare sulle proprietà, anche senza conoscere tutte le tabelline a memoria.

Fornisce inoltre un modello visivo (e non fonologico) che in alcuni casi di difficoltà può essere vantaggioso.

Infine si tratta di un modello che permette di ricostruire un risultato (nella peggiore delle ipotesi col conteggio) quando non lo si ricorda.



Proprietà commutativa

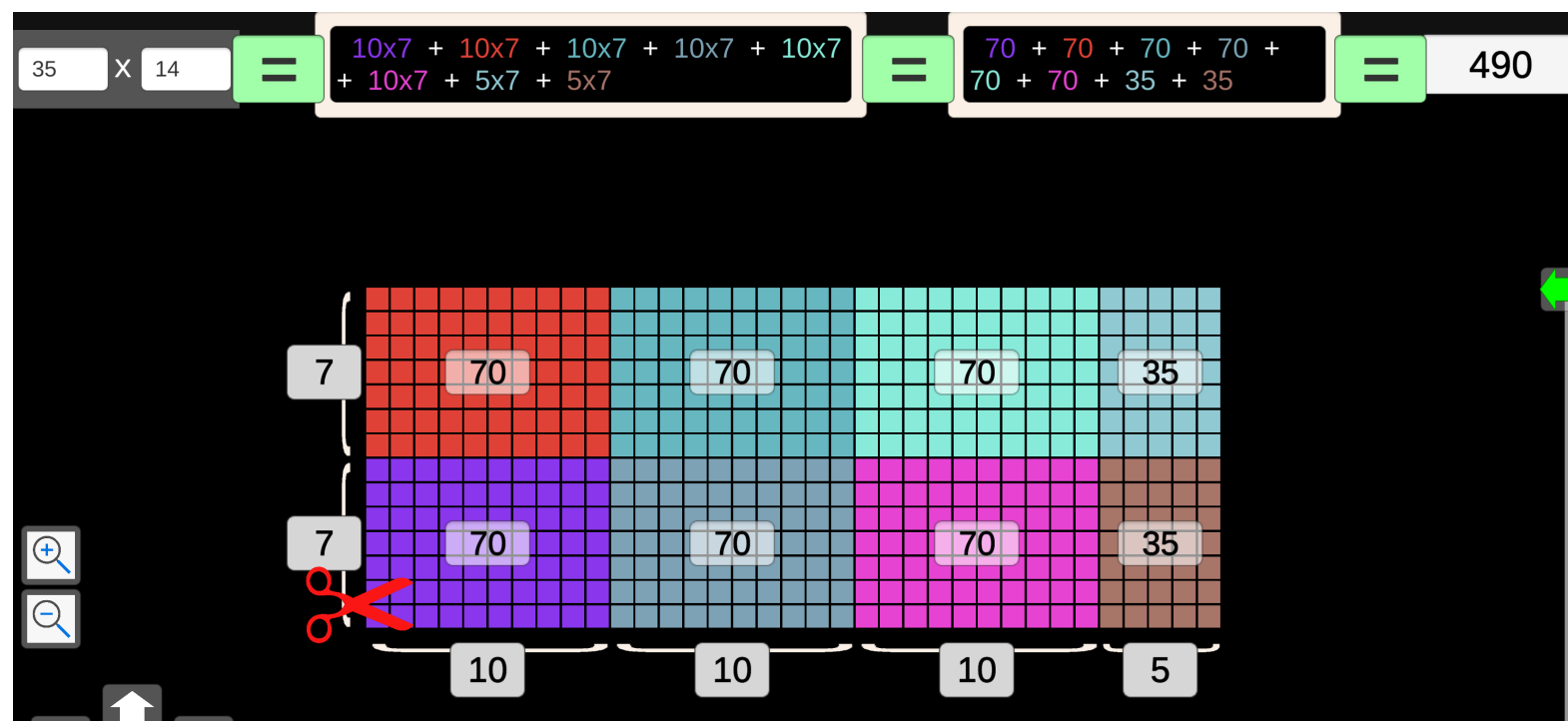


Proprietà distributiva

Un algoritmo è un artefatto il cui uso rimanda a significati matematici e alle loro relazioni.

La moltiplicazione con il diagramma rettangolo è un algoritmo.

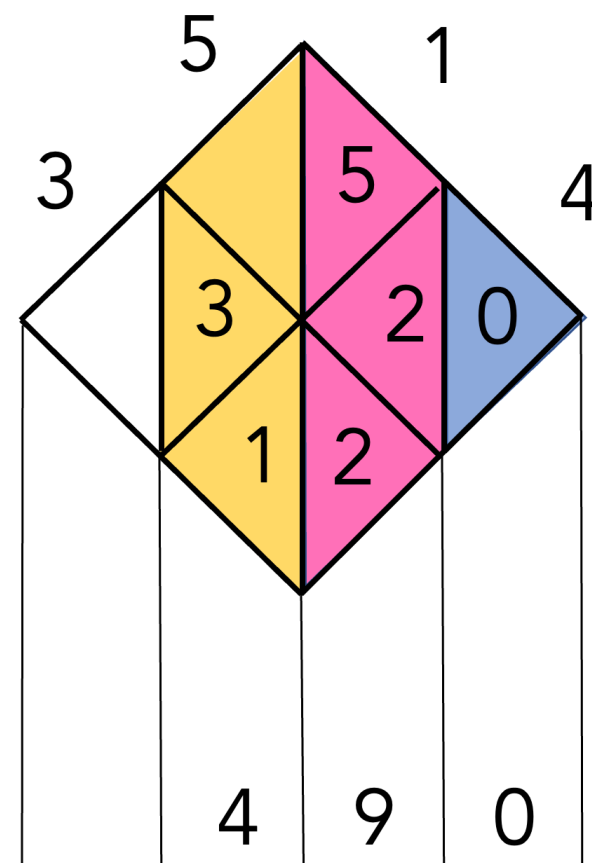
Ad esempio posso calcolare 35×14 (in tanti modi diversi).

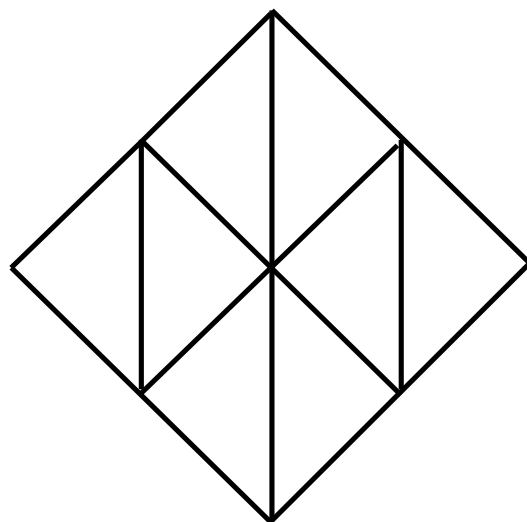


Un algoritmo è un artefatto il cui uso rimanda a significati matematici e alle loro relazioni.

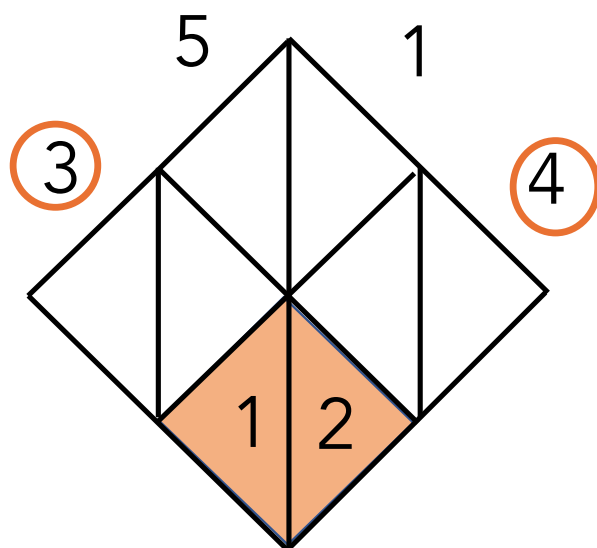
La moltiplicazione a gelosia è un algoritmo.

Ad esempio posso calcolare 35×14 .

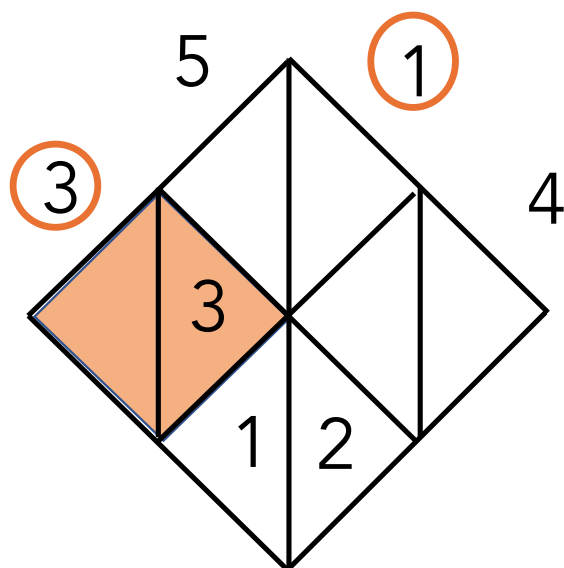




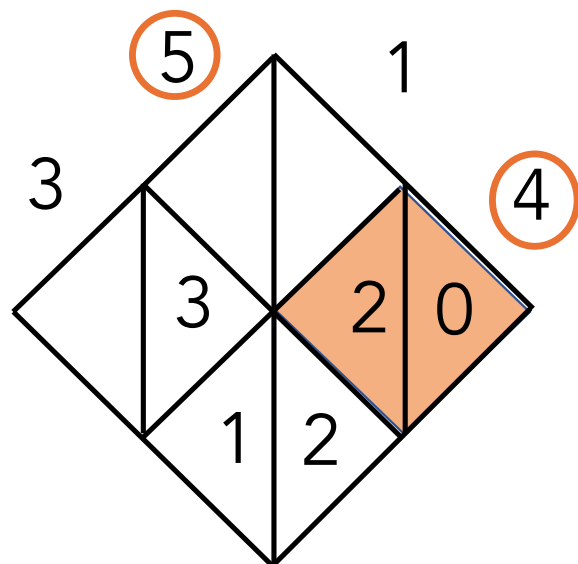
$$\begin{array}{cc} 35 & \times & 14 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \text{ cifre} & & 2 \text{ cifre} \end{array}$$



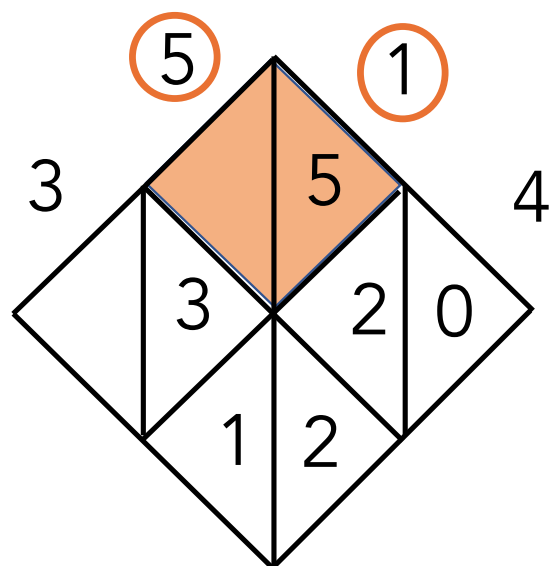
$$\begin{array}{cc} 35 & \times & 14 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \text{ cifre} & & 2 \text{ cifre} \end{array}$$



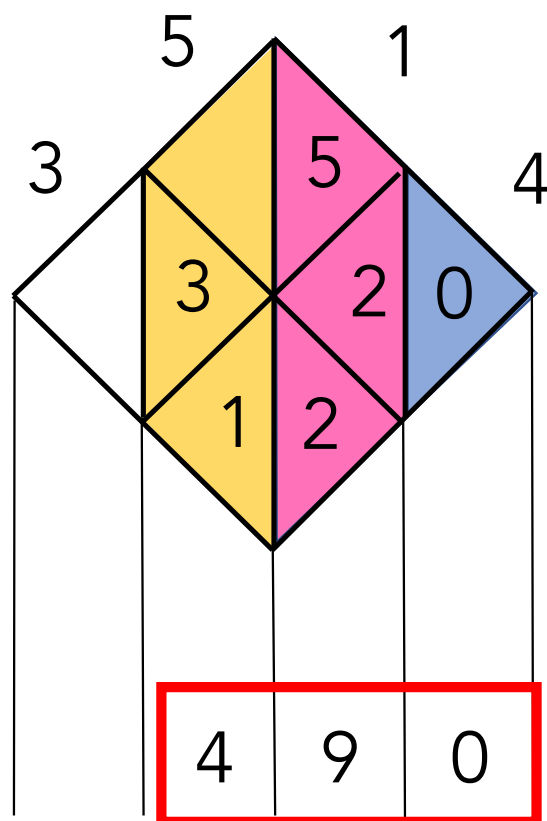
$$\begin{array}{cc} 35 & \times & 14 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \text{ cifre} & & 2 \text{ cifre} \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 35 \times 14 \\ \underbrace{\quad\quad} \quad \underbrace{\quad\quad} \\ 2 \text{ cifre} \quad 2 \text{ cifre} \end{array}$$



$$\begin{array}{cc} 35 & \times & 14 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \text{ cifre} & & 2 \text{ cifre} \end{array}$$

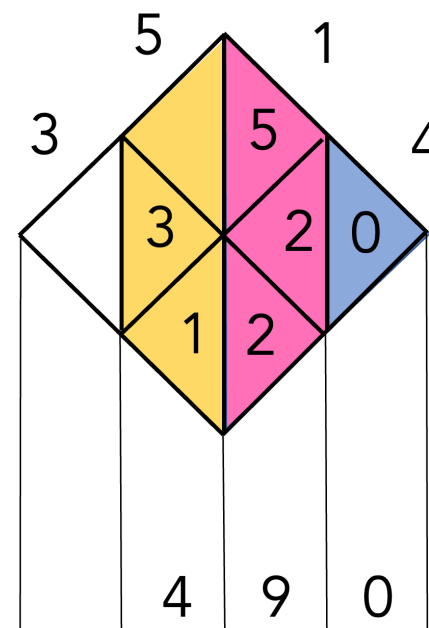
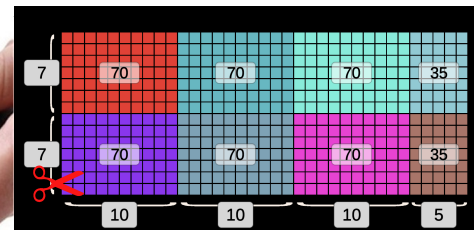


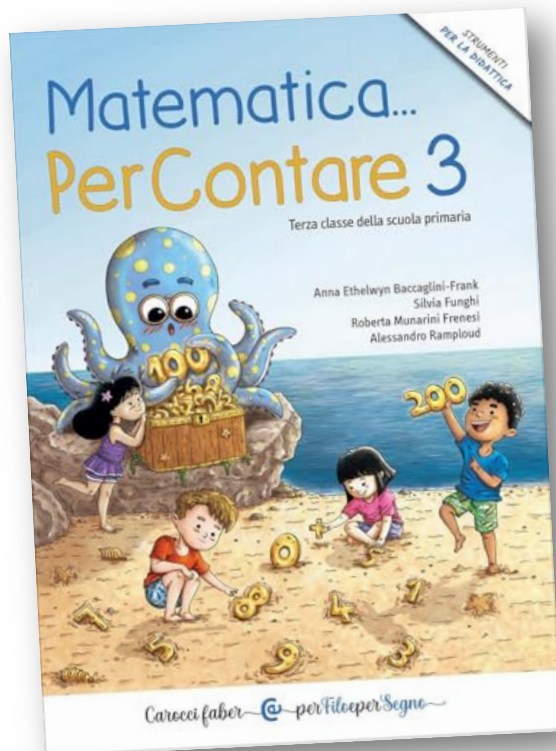
$$\begin{array}{cc} 35 & \times & 14 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} & & \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \text{ cifre} & & 2 \text{ cifre} \end{array}$$

Un algoritmo è un artefatto il cui uso rimanda a significati matematici e alle loro relazioni.

Nel caso di due algoritmi (**algoritmi come artefatti**) un particolare tipo di sinergia può essere quella che si instaura nel caso in cui il loro funzionamento si basi su significati matematici comuni, ma con un diverso grado di “trasparenza”.

Usando una metafora, possiamo dire che questa scelta degli algoritmi come artefatti usati in sinergia possono trasformare un algoritmo (il più “trasparente”) in una sorta di “**apriscatole**” dei **significati matematici** dell’altro.





Nika, Stefano e Alek hanno svolto 17×11 in tre modi diversi.



Nella tabella sotto completate le procedure di Nika, Stefano e Alek.

Procedura di Nika	Procedura di Stefano	Procedura di Alek

Secondo voi, perché tutte e tre le procedure danno lo stesso risultato?

In sintesi

- Calcolate la moltiplicazione 67×25 con algoritmo a gelosia e a diagramma rettangolo
- Una volta risolta questa consegna, aprire la fase di PerContare <https://www.percontare.it/guide/classe-terza/diagramma-gelosia/diagramma-gelosia-fase-3/>

(Guide → Classe Terza → Diagramma Gelosia → Fase 3: Perché la moltiplicazione per gelosia funziona?)

- Provate a mettere a fuoco quali sono gli elementi critici che individuate, da un punto di vista matematico, nell'affrontare un'attività di questo tipo in classe

Buon Lavoro!