

Prova di matematica

La prova che segue rappresenta un esempio del lavoro prodotto dal Dipartimento di Matematica del Liceo delle Scienze Umane “A. Rosmini” di Trento e sottoposto a revisione dal gruppo di ricerca IPRASE-CRESPI. Nel caso si intenda utilizzare la prova con finalità valutative, si sottolinea la parzialità di ciascuna prova rispetto alla copertura dei contenuti disciplinari e la necessità di verificare il corretto funzionamento degli stimoli proposti attraverso apposita validazione *ex post*. L’attribuzione dei punteggi riportata nelle prove rappresenta una proposta che necessita di revisione a seguito della validazione e della priorità attribuita a ciascun obiettivo di apprendimento che si intende valutare.

Informazioni generali sulla prova

Disciplina	Matematica
Indirizzo di scuola	Liceo Scienze Umane
Destinatari	Classi prime
Parole chiave	Proprietà delle potenze, espressioni, equazioni, quadrato del binomio, somma per differenza, percentuale

Struttura della prova

Obiettivi della prova	<ul style="list-style-type: none"> • Applicare le proprietà delle potenze per semplificare espressioni numeriche con numeri interi e frazionari • Risolvere equazioni riconducibili al primo grado contenenti prodotti notevoli (quadrato del binomio e somma per differenza) • Identificare la tipologia di un’equazione sulla base dell’insieme delle sue soluzioni reali (determinata, indeterminata, impossibile) • Risolvere problemi che richiedono il calcolo di percentuali
Istruzioni	<p>Risolvi i seguenti esercizi senza omettere i passaggi necessari e motivando i ragionamenti dove richiesto.</p> <p>Il tempo a tua disposizione è di due ore.</p>
Quesiti	<p>Esercizio 1: Semplifica le seguenti espressioni algebriche, utilizzando dove possibile le proprietà delle potenze.</p> <p>1) $3^2 \cdot 3^3 : 3^4 + 2^6 : (2^2)^3$</p> <p>2) $\left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 : \left(-\frac{3}{2} \right)^4$</p> <p>3) $\left(-\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^3 - \left(2 - \frac{7}{4} \right)$</p>

Esercizio 2: Semplifica le seguenti espressioni algebriche.

1. $2x(x - 5) + (x + 1)(x - 2) - x$;

2. $(3x - 1)(3x + 1)$;

3. $\left(\frac{1}{4}y - 3\right)^2$

Esercizio 3: Determina se -2 è una soluzione per la seguente equazione. Individua poi l'insieme delle soluzioni reali dell'equazione.

$$2(x + 2) = 5x - (2 + 3x)$$

-2 è una delle soluzioni possibili dell'equazione?

- Sì
- No

Motiva la tua risposta:

Svolgimento:

L'insieme delle soluzioni dell'equazione è:

Esercizio 4: Determina l'insieme delle soluzioni reali delle seguenti equazioni, specificando per ognuna equazione se sia determinata, indeterminata o impossibile.

1) $4(x + 7) = 10x + 16$

Svolgimento:

L'equazione 1) è

- determinata.
- indeterminata.
- impossibile.

2) $\frac{1}{2}x - \frac{x + 3}{10} + \frac{x}{5} = \frac{6x - 3}{10}$

Svolgimento:

L'equazione 2) è

- determinata.
- indeterminata.
- impossibile.

$$3) 2x + (x - 1)^2 = (x - 1)(x + 1)$$

Svolgimento:

L'equazione 3) è

- determinata.
- indeterminata.
- impossibile.

Esercizio 5: Trova la soluzione del seguente problema per rispondere alla domanda, argomentando la tua strategia risolutiva ed esplicitando tutti i passaggi effettuati nello svolgimento dei calcoli.

A luglio il prezzo di un paio di pantaloni è di 120 €. Ad agosto il prezzo viene aumentato del 20%. A settembre, nel periodo dei saldi, il prezzo viene scontato del 20%. Il prezzo resta invariato? Per rispondere, calcola il prezzo nel mese di agosto e poi quello di settembre.

Risposte corrette

• Esercizio 1

$$1) 3^2 \cdot 3^3 : 3^4 + 2^6 : (2^2)^3$$

$$3^{2+3-4} + 2^6 : (2^{2 \cdot 3})$$

$$3^1 + 2^6 : (2^6)$$

$$3 + 2^{6-6}$$

$$3 + 2^0 = 3 + 1 = 4$$

$$2) \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 : \left(-\frac{3}{2} \right)^4$$

$$\left(-\frac{3}{2} \right)^{2 \cdot 3} : \left(-\frac{3}{2} \right)^4$$

$$\left(-\frac{3}{2} \right)^6 : \left(-\frac{3}{2} \right)^4$$

$$\left(-\frac{3}{2} \right)^{6-4} = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 = +\frac{9}{4}$$

$$3) \left(-\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^3 - \left(2 - \frac{7}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \left(\frac{8-7}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

• Esercizio 2

$$1. 2x(x - 5) + (x + 1)(x - 2) - x = 2x^2 - 10x + (x^2 - 2x + x - 2) = 3x^2 - 11x - 2;$$

$$2. (3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1;$$

$$3. \left(\frac{1}{4}y - 3 \right)^2 = \frac{1}{16}y^2 - \frac{3}{2}y + 9$$

- **Esercizio 3** Si sostituisce al posto della x il valore -2 nell'equazione.

$$2(x + 2) = 5x - (2 + 3x)$$

$$2(-2 + 2) = 5 \cdot (-2) - (2 + 3 \cdot (-2))$$

$$0 = -10 - (2 - 6)$$

$$0 = -10 + 4$$

$$0 = -6$$

L'uguaglianza trovata è falsa quindi, -2 non è soluzione dell'equazione.

Determinazione dell'insieme delle soluzioni.

Svolgimento:

$$2(x+2) = 5x - (2+3x)$$

$$2x+2 = 5x - 2 - 3x$$

$$2x + 2 = 2x - 2$$

$$2 = -2 \text{ IMPOSSIBILE.}$$

L'insieme delle soluzioni è vuoto perché l'equazione non è soddisfatta per alcun valore reale.

In particolare, -2 non può essere soluzione dell'equazione.

- **Esercizio 4**

$$1) 4(x + 7) = 10x + 16$$

$$4x + 28 = 10x + 16$$

$$4x - 10x = -28 + 16$$

$$-6x = -12$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6}$$

$$x = 2$$

La soluzione dell'equazione è 2.

Risposta: determinata

$$2) \frac{1}{2}x - \frac{x+3}{10} + \frac{x}{5} = \frac{6x-3}{10}$$

$$\frac{5x - (x+3) + 2x}{10} = \frac{6x-3}{10}$$

$$5x - (x+3) + 2x = 6x - 3$$

$$5x - x - 3 + 2x = 6x - 3$$

$$5x - x + 2x - 6x = -3 + 3$$

$$0 = 0$$

L'uguaglianza trovata è vera, quindi l'equazione ammette infinite soluzioni

Risposta: indeterminata

$$3) 2x + (x - 1)^2 = (x - 1)(x + 1)$$

$$2x + (x^2 - 2x + 1) = x^2 - 1$$

$$2x + x^2 - 2x - x^2 = -1 - 1$$

$$0 = -2$$

L'uguaglianza trovata è falsa, quindi l'equazione non ammette soluzione.

Risposta: impossibile

- **Esercizio 5**

	<p>1. Trovare il prezzo aumentato di agosto:</p> $120\text{€} + \frac{20}{100} \cdot 120\text{€} = 144\text{€}$ <p>2. Trovare il prezzo scontato di settembre</p> $144\text{€} - \frac{20}{100} \cdot 144\text{€} = 115,20\text{€}$ <p>Il prezzo dei pantaloni di luglio e di settembre non sono uguali.</p>
<p>Criteri di correzione/valutazione</p>	<p>Esercizio 1: Applicare le proprietà delle potenze per semplificare espressioni numeriche con numeri interi e frazionari</p> <p>3 punti, uno per ogni espressione numerica con risoluzione corretta, sia da un punto di vista procedurale (segni, calcoli) sia rispetto all'applicazione delle proprietà delle potenze. Eventuali errori in una o più espressioni andranno riportati con descrizione specifica all'interno del feedback.</p> <p>Esercizio 2: Semplificare espressioni algebriche ad una incognita</p> <p>5 punti, uno per ogni espressione algebrica con risoluzione corretta, sia da un punto di vista procedurale (segni, calcoli) sia rispetto all'applicazione delle regole. Eventuali errori in una o più espressioni andranno riportati con descrizione specifica all'interno del feedback.</p> <p>Esercizio 3: Risolvere equazioni di primo grado contenenti prodotti notevoli (quadrato del binomio e somma per differenza)</p> <p>3 punti, di cui uno per lo svolgimento corretto, uno per la risposta corretta alla domanda chiusa e uno per la risposta corretta alla domanda aperta. Come nei precedenti esercizi, l'obiettivo si considera raggiunto se lo svolgimento è corretto sia da un punto di vista procedurale (segni, calcoli) sia rispetto all'applicazione delle regole relative al quadrato del binomio e alla somma per differenza.</p> <p>Si considera corretta la risposta alla domanda aperta se è presente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - il concetto di uguaglianza non verificata; - la non contraddizione con la risposta alla domanda chiusa. <p>Eventuali errori andranno riportati con descrizione specifica all'interno del feedback.</p> <p>Esercizio 4: Determinare l'insieme soluzione di equazioni riconducibili al primo grado e identificarne la tipologia (determinata, indeterminata, impossibile)</p> <p>6 punti, di cui uno per lo svolgimento corretto e uno per la risposta al quesito a scelta multipla successiva. Come nei precedenti esercizi, l'obiettivo si considera raggiunto se lo svolgimento è corretto sia da un punto di vista procedurale (segni, calcoli) sia rispetto all'applicazione delle</p>

regole. Eventuali errori andranno riportati con descrizione specifica all'interno del feedback.

Esercizio 5: Risolvere problemi che richiedono il calcolo di percentuali

2 punti, di cui uno per il calcolo corretto del prezzo di agosto e uno per il calcolo del prezzo di settembre. Non si considera corretto in particolare uno svolgimento che non parta dal prezzo aumentato di agosto per calcolare quello scontato di settembre oppure uno che inverta numeratore con denominatore (100/20 invece di 20/100) oppure uno che calcoli il 20% del prezzo totale invece di sottrarre/aumentare dall'intero. Eventuali errori andranno riportati con descrizione specifica all'interno del feedback.

Questa iniziativa è realizzata nell'ambito del Programma FSE+ 2021-2027 della Provincia autonoma di Trento, con il cofinanziamento dell'Unione europea - Fondo sociale europeo plus, dello Stato italiano e della Provincia autonoma di Trento.