

Prova di matematica

La prova che segue rappresenta un esempio del lavoro prodotto dal Dipartimento di Matematica dell'Istituto Tecnico Economico e Tecnologico “C. A. Pilati” di Cles e sottoposto a revisione dal gruppo di ricerca IPRASE-CRESPI. Nel caso si intenda utilizzare la prova con finalità valutative, si sottolinea la parzialità di ciascuna prova rispetto alla copertura dei contenuti disciplinari e la necessità di verificare il corretto funzionamento degli stimoli proposti attraverso apposita validazione *ex post*. L'attribuzione dei punteggi riportata nelle prove rappresenta una proposta che necessita di revisione a seguito della validazione e della priorità attribuita a ciascun obiettivo di apprendimento che si intende valutare.

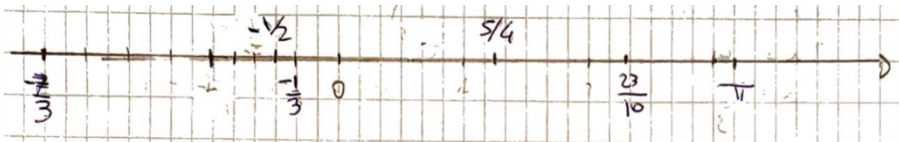
Informazioni generali sulla prova

Disciplina	Matematica
Indirizzo di scuola	Istituto Tecnico Tecnologico
Destinatari	Classi prime
Parole chiave	Procedure di calcolo algebrico; Frazioni algebriche; Equazioni di primo grado

Struttura della prova

Obiettivi della prova	<p>Valutare la padronanza delle procedure algebriche di base e del calcolo numerico-letterale, in particolare:</p> <p>O1. Applicare le proprietà delle potenze rispettando l'ordine delle operazioni.</p> <p>O2. Confrontare e rappresentare numeri razionali e irrazionali su una retta orientata, scegliendo un'unità di misura adeguata.</p> <p>O3. Svolgere prodotti notevoli e prodotti tra polinomi, riducendo i termini simili.</p> <p>O4. Scomporre polinomi in fattori irriducibili usando tecniche note (es. raccoglimento, differenza di quadrati, scomposizione per raccoglimento parziale, quadrato di binomio).</p> <p>O5. Analizzare frazioni algebriche: determinare condizioni di esistenza (C.E.) e semplificare quando possibile.</p> <p>O6. Risolvere equazioni riconducibili al primo grado (anche con parentesi, frazioni e potenze che si riducono a primo grado), mostrando passaggi essenziali e riconoscendo se presenta soluzioni o se sono casi impossibili.</p> <p>O7. Risolvere un'equazione fratta lineare esplicitando C.E. e verificando l'ammissibilità.</p> <p>O8. Modellizzare (Impostare e risolvere un problema) con un'equazione di primo grado, interpretando la soluzione nel dominio richiesto.</p> <p>O9. Trasversalmente: presentare un procedimento comprensibile e chiaro e controllare i risultati.</p>
Istruzioni	<ul style="list-style-type: none"> Il tempo a disposizione per la prova è di 120 minuti [secondo

	<p>indicazione del docente]</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Prima di iniziare la prova, leggi tutti i quesiti e decidi l'ordine di esecuzione. ● Riporta le risposte nel protocollo a quadretti allegato alla prova. ● Mostra i passaggi essenziali in tutti i quesiti algebrici (non indicare solo il risultato) ● Al termine della prova controlla di avere inserito tutte le informazioni richieste relative ai quesiti che hai risolto. ● Punteggio totale della prova: 60 punti. Soglia minima per il superamento: 36/60 (equivalente a 6/10).
<p>Quesiti</p>	<p>Q1. Calcola il valore della seguente espressione utilizzando le proprietà delle potenze. (3 punti)</p> $(4^4 - 4^3)^0 \cdot 4 + 4^3 : 4^2 - (3^3 : 3^2)$ <p>Q2. Dopo aver scelto un'unità di misura, rappresenta su una retta orientata i seguenti numeri reali. (3 punti: 0.5 per ogni posizionamento)</p> $\frac{-1}{3}; \pi; \frac{5}{4}; -\frac{7}{3}; \frac{23}{10}; -\frac{1}{2}$ <p>Q3. Riduci le seguenti espressioni a una incognita, applicando le regole di calcolo studiate. (9 punti: 3 punti per ogni riduzione)</p> <p>(a) $(3x - y) \cdot (4x + 2y)$ (b) $(x - 3) \cdot (x + 3)$ (c) $(2x - 3)^2$</p> <p>Q4. Scomponi in fattori irriducibili i seguenti polinomi. (12 punti: 3 punti per ogni espressione)</p> <p>(a) $2x^2y - 4x^3y^2$ (b) $9x^2 - 4y^2$ (c) $2b^2 - 2b + 5a^2b - 5a^2$ (d) $a^2b^2 + 2ab + 1$</p> <p>Q5. Per ciascuna frazione algebrica:</p> <p>(i) Dove possibile, scomponi le espressioni a numeratore e denominatore, (ii) indica le C.E., (iii) quando possibile, semplifica la frazione.</p> <p>(6 punti: 3 punti per (a) e 3 punti per (b))</p> <p>(a) $\frac{(x-2)}{(x+1)}$</p> <p>(b) $\frac{(2x+2)}{(x^2+2x+1)}$</p>

	<p>Q6. Trova l'insieme dei valori di x reali che sono soluzioni delle seguenti equazioni, mostrando i passaggi principali. (15 punti: 3 punti per (a), 6 punti per (b), 6 punti per (c))</p> <p>(a) $[x(x-1) - (x^2 - 2)] = 2(x-1)$ (b) $(1-2x)^2 + 3x(1-x) + 2 = x(1+x)$ (c) $\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3(x-2)}{2} = \frac{6-3 \cdot x}{4}$</p> <p>Q7. Trova l'insieme dei valori di x reali che sono soluzioni della seguente equazione fratta di primo grado, indicando le C.E. (6 punti)</p> $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x-1}{x+2} = 0$ <p>Q8. Imposta l'equazione che modella il seguente problema e risolvi. Il triplo di un numero naturale, aumentato della sua terza parte, è uguale a 50. Qual è il numero? (6 punti)</p>
<p>Risposte corrette</p>	<p>RQ1) $(4^4 - 4^3)^0 \cdot 4 + 4^3 : 4^2 - (3^3 : 3^2)$ Poiché $4^4 - 4^3 = 4^3(4-1) \neq 0$, allora $(4^4 - 4^3)^0 = 1$. Quindi: $1 \cdot 4 + \frac{4^3}{4^2} - \frac{3^3}{3^2} = 4 + 4^1 - 3^1 = 4 + 4 - 3 = 5$.</p> <p>RQ2) $-7/3 \approx -2,33 < -1/2 = -0,5 < -1/3 \approx -0,33 < 5/4 = 1,25 < 23/10 = 2,3 < \pi \approx 3,14$. Scelta una scala coerente (1 unità = 1 quadretto) i punti sono posizionati sulla retta orientata rispettando l'ordine e le distanze approssimative.</p>  <p>RQ3) (a) $(3x-y)(4x+2y) = 12x^2 + 6xy - 4xy - 2y^2 = 12x^2 + 2xy - 2y^2$. (b) $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$. (c) $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$.</p> <p>RQ4) (a) $2x^2y - 4x^3y^2 = 2x^2y(1 - 2xy)$. (b) $9x^2 - 4y^2 = (3x-2y)(3x+2y)$. (c) $2b^2 - 2b + 5a^2b - 5a^2 = 2b(b-1) + 5a^2(b-1) = (b-1)(2b+5a^2)$. (d) $a^2b^2 + 2ab + 1 = (ab)^2 + 2(ab) \cdot 1 + 1^2 = (ab+1)^2$.</p> <p>RQ5) (a) $\frac{(x-2)}{(x+1)}$ C.E.: $x \neq -1$.</p>

Non si semplifica ulteriormente.

$$(b) \frac{(2x+2)}{(x^2+2x+1)} = \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} \quad \text{C.E.: } x \neq -1.$$

$$\text{Semplificando: } \frac{(2x+2)}{(x^2+2x+1)} = \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{x+1}$$

RQ6)

$$(a) [x(x-1) - (x^2-2)] = 2(x-1)$$

$$\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2} + 2 = 2x - 2$$

$$-x + 2 = 2x - 2$$

$$3x = 4$$

$$x = 4/3.$$

$$(b) (1-2x)^2 + 3x(1-x) + 2 = x(1+x)$$

$$(1-4x+4x^2) + (3x-3x^2) + 2 = x^2+x$$

$$x^2 - x + 3 = x + x^2.$$

$$2x = 3$$

$$x = 3/2.$$

$$(c) \text{Moltiplicando per 4: } 3(x+3) - 6(x-2) = 6 - 3x.$$

$$3x + 9 - 6x + 12 = 6 - 3x$$

$$\cancel{3x} + 21 = 6 - \cancel{3x}$$

$$0x = -15 \text{ (assurdo).}$$

Nessuna soluzione: equazione impossibile.

RQ7)

C.E.: $x \neq -1$ e $x \neq -2$.

$$\frac{x+2}{x+1} - \frac{x-1}{x+2} = 0$$

$$\frac{(x+2)^2 - (x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{0}{(x+1)(x+2)}$$

$$\cancel{x^2} + 4x + 4 = \cancel{x^2} - 1$$

$$4x = -5$$

$$x = -\frac{5}{4}; \text{ Soluzione accettabile}$$

RQ8)

Sia n un numero naturale

$$3n + \frac{n}{3} = 50$$

$$\frac{9n+n}{3} = \frac{150}{3}$$

$$10n = 150$$

	n=15
Criteria di correzione/valutazione	Possibili tabelle di attribuzione punteggio e griglie di valutazione presentate sotto.

Griglia analitica di correzione con attribuzione dei punteggi

Quesito	Punti max	Descrittori	Credito parziale
RQ1	3	Risultato corretto, facendo uso corretto delle proprietà delle potenze (esponente 0; quoziente tra potenze). 3 pt	2 pt se il procedimento è corretto (applicazione delle proprietà delle potenze) ma c'è un errore di calcolo finale / segno.
RQ2	3	0.5 per ogni punto correttamente posizionato e collocate sulla retta orientata con scala coerente; [π collocato tra 3 e 4 (o $\approx 3,14$)]	1.5 sui 3 pt se l'ordine è corretto ma la rappresentazione non rispetta la scala / posizionamento impreciso di π .
RQ3	9	Svolgimento corretto di (a), (b), (c) (3 pt ciascuno).	/
RQ4	12	Scomposizioni corrette dei 4 polinomi (3 pt ciascuno).	/
RQ5	6	Per ciascuna frazione: C.E. corretta e semplificazione corretta quando possibile (3 pt ciascuno).	1.5 pt per singolo esercizio se la C.E. è corretta ma la semplificazione è errata/ non presente (o viceversa).
RQ6	15	Risoluzione corretta delle tre equazioni: (a) 3 pt; (b) 6 pt; (c) 6 pt. Riconoscimento del caso impossibile in (c).	Fino a metà punteggio se impostazione corretta ma errore di sviluppo; 3 pt in (c) se si arriva a un confronto costante-costante ma non si conclude correttamente.
RQ7	6	C.E. $x \neq -1, -2$ e soluzione corretta $x = -5/4$.	4 pt se la procedura è corretta ma manca la C.E. (o viceversa).
RQ8	6	Impostazione dell'equazione $3n + n/3 = 50$ e soluzione $n=15$ con interpretazione 'numero naturale'.	4 pt se l'equazione è impostata correttamente ma con errore di calcolo nella risoluzione. 3 pt se la risoluzione è data ma l'equazione non è stata impostata in modo formale.
TOTALE	60		

Criteria di valutazione: indicatori per il superamento

Nucleo	Descrittori (indicatori minimi)	Evidenze	Esito
Calcolo di espressioni con potenze (O1)	Applica correttamente le proprietà delle potenze (almeno in RQ1)	RQ1	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No

Rappresentazione delle grandezze su retta orientate (O2)	Sa ordinare/rappresentare almeno 5 tra i numeri reali su retta (RQ2).	RQ2	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
Calcolo algebrico con polinomi (prodotti/scomposizioni) attraverso l'applicazione delle tecniche note (O3, O4)	Svolge correttamente almeno 2 su 3 prodotti notevoli/polinomi e riconosce almeno 2 scomposizioni fondamentali.	Almeno RQ3–RQ4	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
Frazioni algebriche: identificazione delle C.E. e semplificazione (O3, O4, O5)	Indica correttamente le C.E. e semplifica quando possibile in almeno la metà dei casi.	RQ5–RQ7	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
Risoluzione di equazioni di primo grado (anche fratte) (O3, O4, O5, O6, O7)	Risoluzione corretta di almeno 2 equazioni (incl. riconoscimento di un caso impossibile) e corretta impostazione del problema.	RQ6	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
Problema di modellizzazione: costruzione di equazioni (O7, O8)	Impostazione di un'equazione di primo grado che possa modellizzare il problema e interpretazione della risoluzione nel contesto della richiesta del problema.	RQ8	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
Presentare un procedimento comprensibile e chiaro e controllare i risultati (O9)	Quando presente la risoluzione, nella maggior parte dei casi la risoluzione dell'esercizio risulta corretta, chiara e comprensibile.	Trasversalmente	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No

Questa iniziativa è realizzata nell'ambito del Programma FSE+ 2021-2027 della Provincia autonoma di Trento, con il cofinanziamento dell'Unione europea - Fondo sociale europeo plus, dello Stato italiano e della Provincia autonoma di Trento.