

**Il curriculum di matematica per la classe seconda**

**Dalla pendenza alla retta nel piano cartesiano**

**Utilizzare davvero funzioni e grafici**

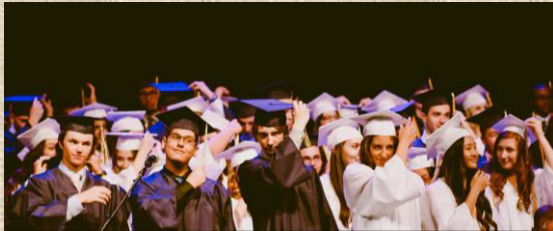


L. Cappello, S. Innocenti

*14 settembre 2017*

# Uno sguardo avanti – l'ingresso all'università

## Una prova



il testo \_

gli esiti \_

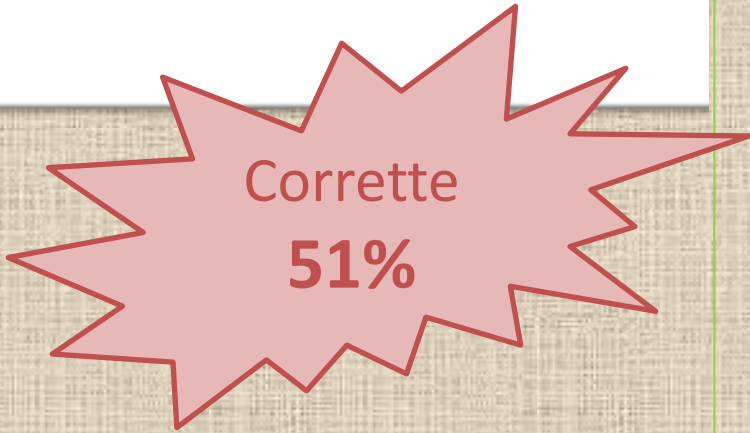
i riferimenti per Unitn \_

# Uno sguardo avanti – l'ingresso all'università

## Quesito 18

Nel piano cartesiano sono dati i punti  $A(-1,1)$ ,  $B(-1,4)$  e  $C(a,b)$ , dove  $a$  e  $b$  sono numeri positivi. Si sa che l'area del triangolo  $ABC$  è  $\frac{21}{4}$ . Allora

- A.  $1 < a < 2$
- B.  $2 < a < 3$
- C.  $3 < a < 4$
- D.  $2 < b < 3$
- E.  $3 < b < 4$



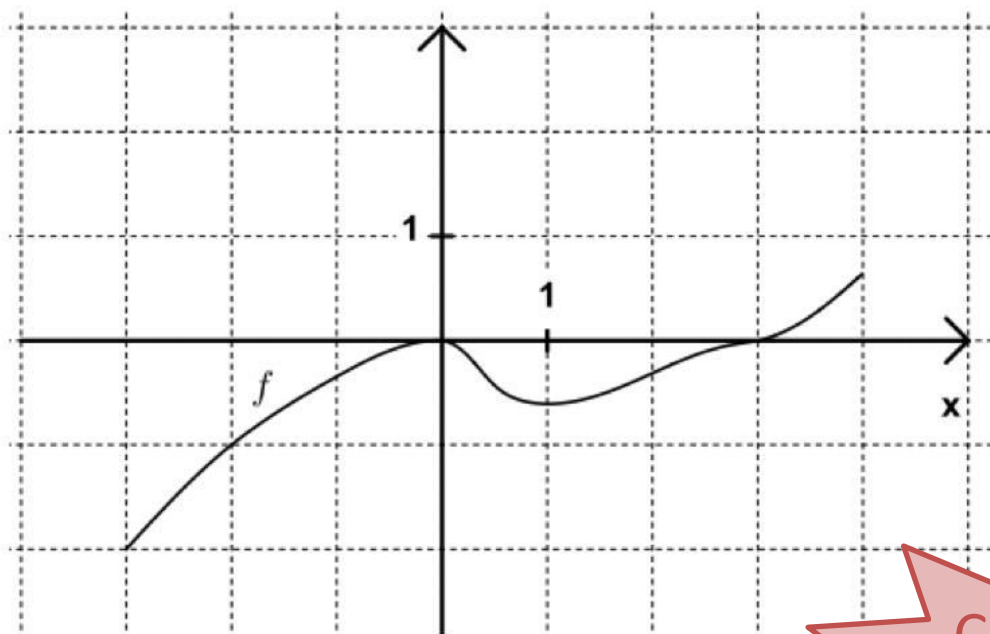
Corrette  
**51%**



# Uno sguardo avanti – l'ingresso all'università

## Quesito 26

In figura è rappresentato il grafico di una funzione  $f$ , definita nell'intervallo  $(-3,4)$ .



L'insieme dei valori di  $x$  tali che  $[f(x)]^2 < 1$  è l'intervallo

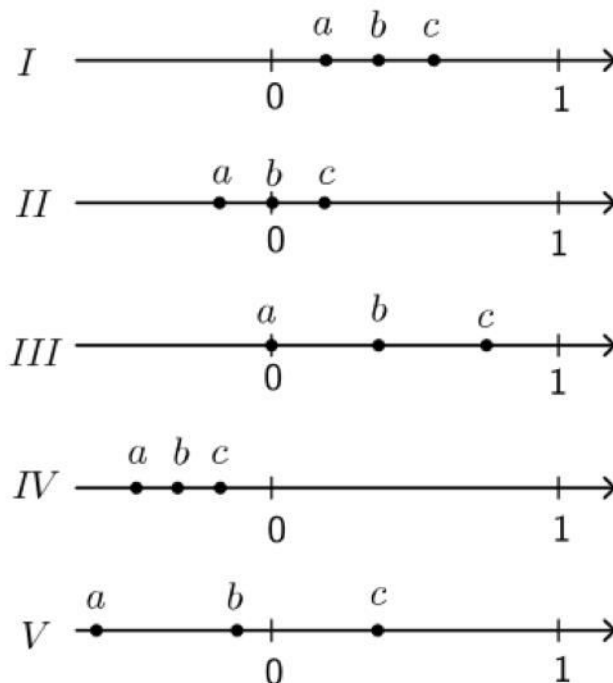
Corrette

57%

# Uno sguardo avanti – l'ingresso all'università

## Quesito 28

Sia  $M$  la media aritmetica dei numeri  $a, b, c$ . In quale configurazione, tra quelle rappresentate di seguito, il valore dell'espressione  $(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2$  è maggiore?



Corrette  
39%

Altri quesiti interessanti per la **classe 2<sup>a</sup>**: n. 8, 10, 29

## Quali scelte didattiche? – classe seconda

- Utilizzare davvero lo **strumento** funzione per *modellizzare, interpretare* equazioni...
- Mettere in **gioco** la **probabilità**
- **Visualizzare, interpretare**, dimostrare in **geometria** *retta nel piano cartesiano, figure simili, trigonometria nel triangolo rettangolo ...*
- Consolidare e potenziare le abilità **algebriche**



# Per iniziare: la retta nel piano cartesiano

- Il punto di partenza: la **pendenza**
- L'equazione nella forma  $y = y_0 + m(x - x_0)$   
*non utilizzare troppe formule*



un riferimento \_

una verifica \_



# La retta nel piano cartesiano – dal libro di testo

Problemi significativi quali punto di arrivo  
da pag. 221 n. 275, 293

Modellizzazione  
pag. 229 n. 393

Una questione interessante  
pag. 234 n. 446

L. Sasso,  
*Matematica a colori*  
Algebra 2 - Petrini





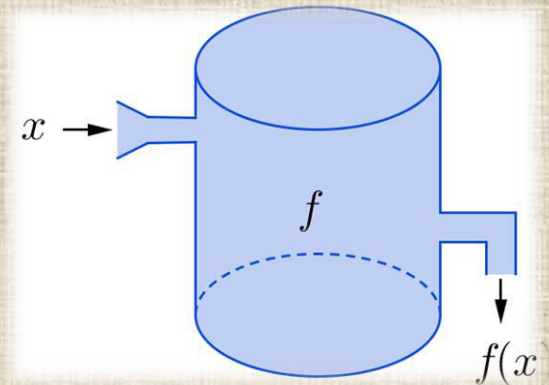
# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

Quando introdurle?

Con quali **obiettivi**?

## Funzione e grafico

- L'idea: funzione come **macchina**



- • Una formalizzazione: funzione come **legge**  
*insieme di definizione, immagine  
simboli*

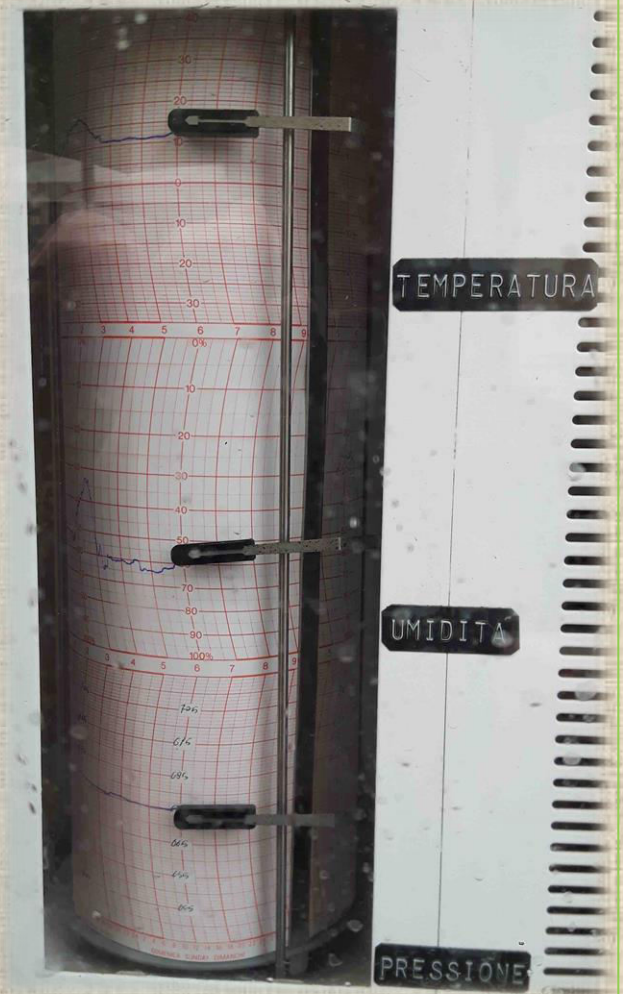
non è una  
definizione



# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Grafici

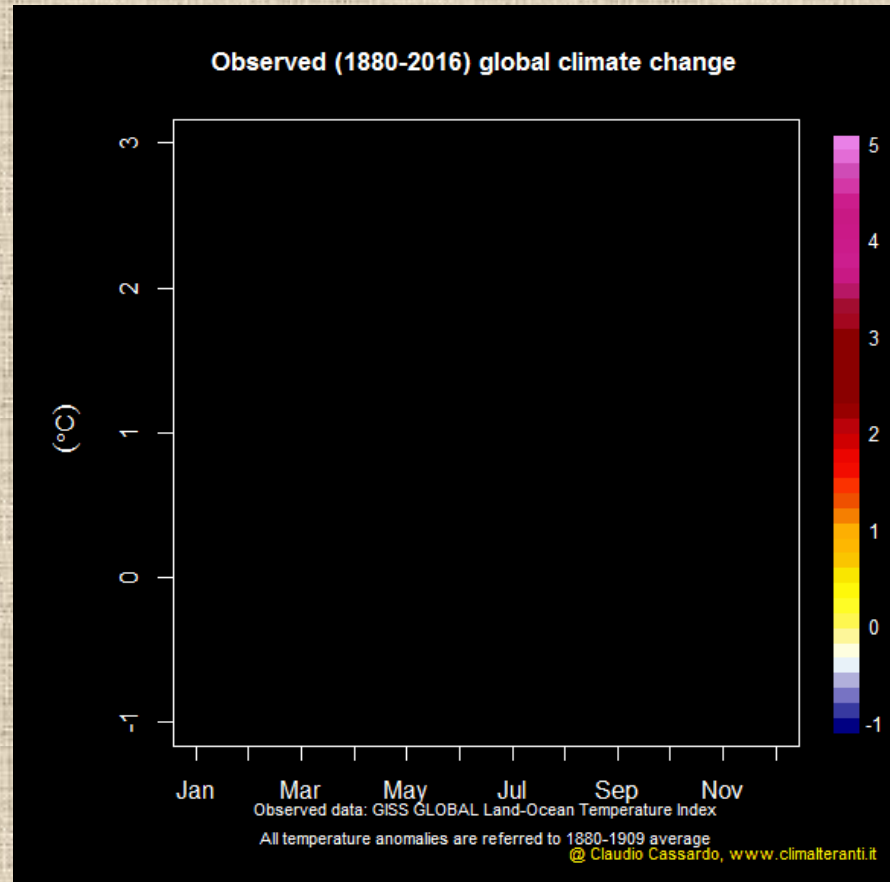
- dalla “realtà”



*alcuni esempi dal testo “Modelli matematici elementari”*

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

- per informare



*il post completo (sito del prof. C. Cassardo)* [\\_](#)

*una conferenza: comunicare con i numeri (prof. B. Bracalente)* [\\_](#)

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Le prime funzioni “elementari”

$$f(x) = k, x, x^2, x^3, \frac{1}{x}, \sqrt{x}, |x|$$

- Il loro grafico per punti  
*cosa succede “in mezzo”?*



- Modellizzano varie situazioni

es. **spazio di arresto**  $s(v) = \frac{v^2}{250f}$

Condizione della strada	$f$
Strada asfaltata asciutta con fondo granuloso	0,8
Strada asfaltata ruvida	0,6
Strada asfaltata liscia	0,5
Strada asfaltata bagnata	0,4

da Ministero  
trasporti

Se la velocità raddoppia, è vero che lo spazio di arresto raddoppia?



# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

→ Formalizziamo

da costruire  
con gli studenti

Definizione

*Il **grafico** di una funzione  $f: A \rightarrow \mathbf{R}$  è l'insieme  $\{(x, f(x)) \mid x \in A\}$*



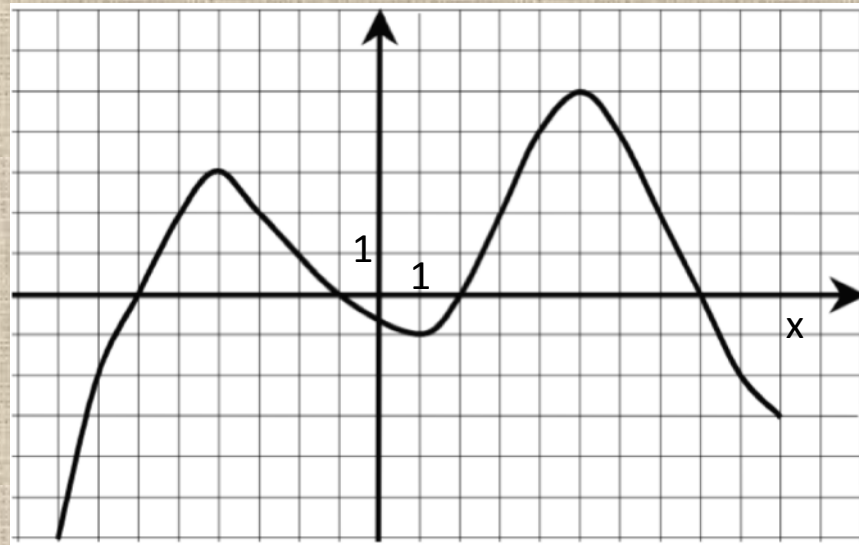
Quali tra i seguenti punti appartengono al grafico di  $f(t) = 1 - t^2$ ?

$(-10, 101)$        $(-99, -10)$        $(-\sqrt{2}, -1)$        $(\frac{8}{7}, -\frac{15}{49})$

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Leggere il grafico

Considera il grafico della funzione  $f: [-8, 10] \rightarrow \mathbf{R}$  in figura.



- a) Quanto vale  $f(-5)$ ,  $f(f(1))$ ?
- b) Tra quali numeri interi consecutivi è compreso  $f(-\sqrt{7})$ ?
- c) Per quali  $x$  si ha  $f(x) < -2$ ?
- d) Per quali valori di  $k$  l'equazione  $f(x) = k$  ha 4 soluzioni?

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

... una questione **inversa**

Disegna il grafico di una funzione  $f: [-4,3] \rightarrow \mathbf{R}$  che verifichi le condizioni:

$$f(-4) = 1, f(3) = 0$$

$$f(x) \leq 0 \quad \text{per } x \in [-1,3]$$

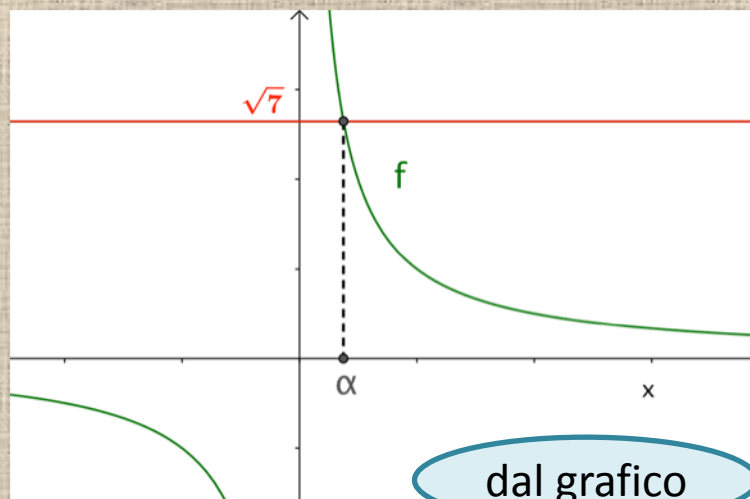
$$f(x) > 0 \quad \text{per } x \in [-4,-1)$$

$$f(x) \geq f(1) \quad \text{per } x \in [-4,3]$$

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Interpretare equazioni e disequazioni

Traccia il grafico della funzione  $f: \mathbf{R} - \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \frac{1}{x}$ .  
Per quali  $x$  vale  $f(x) = \frac{1}{2}$ ? E  $f(x) \leq \sqrt{7}$ ?



- $\alpha = ?$

- $S = ?$

dal grafico

$$f(\alpha) = \sqrt{7} \quad \dots \quad \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$S = (-\infty, 0) \cup \left[ \frac{\sqrt{7}}{7}, +\infty \right)$$



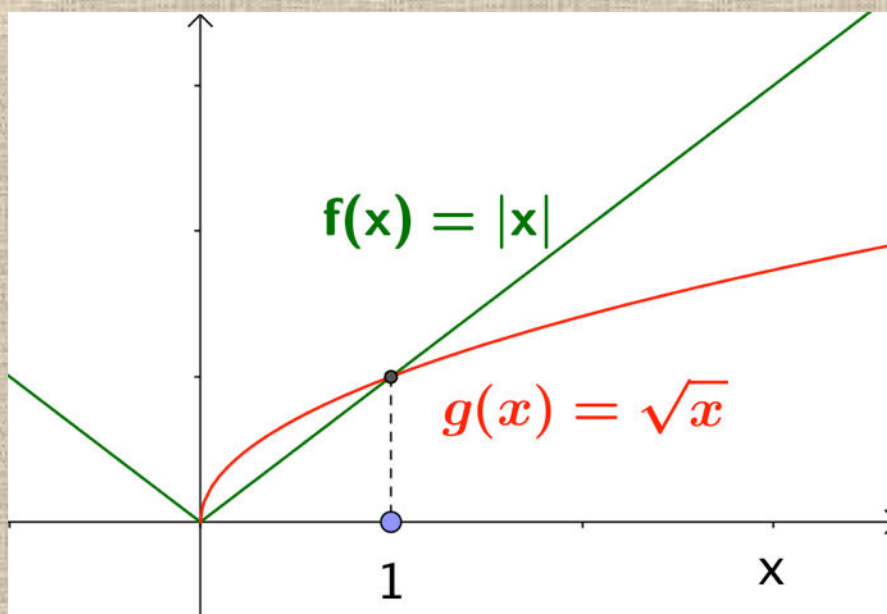
# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

Utilizza i grafici delle funzioni elementari per risolvere le disequazioni

$$|x| \leq \sqrt{x}$$

$$2x - 4 > x^3$$

$$x^2 < x^3$$



dal grafico

$S = \dots$



Noi conosciamo fatti e possediamo un sapere su di essi soltanto quando [...] *sappiamo perché* i giudizi corrispondenti sono veri.

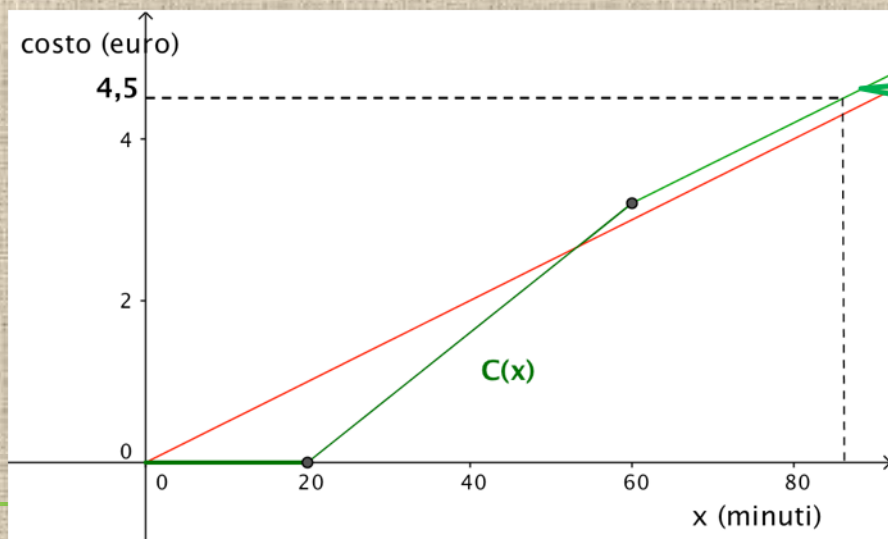
J. Habermas in "Verità e giustificazione"

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Modellizzare

In un albergo la connessione internet è gratis per i primi 20 minuti, costa 8 cent al minuto per i successivi 40 minuti; poi costa 5 cent al minuto.

- Traccia il grafico della funzione che fornisce il costo  $C(x)$  in termini del tempo di connessione  $x$ .
- Per quanto tempo si può rimanere connessi con una spesa di 4,5 €?
- L'anno prossimo il costo sarà di 5 cent al minuto dall'inizio. Per quale durata della connessione la nuova tariffa è più conveniente?



f. a tratti

Attività analoga:  
pag. 237 Sasso (ggb)

# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Dati da situazioni reali: l'IRPEF

**TABELLA 1 – CALCOLO DELL'IRPEF**

REDDITO [imponibile](per scaglioni)	ALIQUOTA (per scaglioni)	IMPOSTA SUI REDDITI
fino a euro 15.000	23	23% sull'intero importo
oltre euro 15.000 e fino a euro 28.000	27	3.450 + 27% parte eccedente 15.000
oltre euro 28.000 e fino a euro 55.000	38	6.960 + 38% parte eccedente 28.000
oltre euro 55.000 e fino a euro 75.000	41	17.220 + 41% parte eccedente 55.000
oltre a euro 75.000	43	25.420 + 43% parte eccedente 75.000

*un'attività e l'articolo 53 della **Costituzione** \_  
anche con il foglio elettronico \_*



# Un primo percorso sulle funzioni – le idee

## Trasformazioni di grafici

- Dal grafico di  $f$  a quello di  $f+c$ ,  $-f$ ,  $|f|$

*anche con il software (K. Danzi) [\\_](#)*

- Un punto d'arrivo

Risolvi le disequazioni

$$2 - \sqrt{x} > x^2$$

$$\left| 1 + \frac{1}{x} \right| < 1$$



# Un primo percorso sulle funzioni – le idee



Quali termini introdurre?

Indicazioni nazionali: *composizione, inversa...*

Libri di testo: *iniettiva, suriettiva...*

Sono significativi nel **biennio**?

Preferiamo:

Traccia il grafico di una funzione  $f: [0,5] \rightarrow \mathbf{R}$  che abbia la proprietà:  
 $\forall a, b \in [0,5], \text{ se } a < b \text{ allora } f(a) > f(b).$

Un quesito analogo (video) [\\_](#)



# Un primo percorso sulle funzioni – la verifica

Una prova: i quesiti relativi alle funzioni \_

Liceo Scientifico Leonardo da Vinci – Trento

Classe 2M

9 novembre 2015

**Verifica di matematica**

1.

2.

3. Considera il grafico della funzione  $f: [-4, 5] \rightarrow \mathbf{R}$  rappresentato in figura.

- Indica per quali  $x$  vale  $f(x) < 1$
- Per quali valori di  $k$  l'equazione  $f(x) = k$  ha 4 soluzioni?
- Disponi in ordine crescente i numeri  $\sqrt{f(-1)}$ ,  $f(-\sqrt{3})$ ,  $f(\sqrt{17})$
- Trova per quali  $x$  si ha  $f(x) \geq \frac{2}{3}x + 2$

La prova completa \_