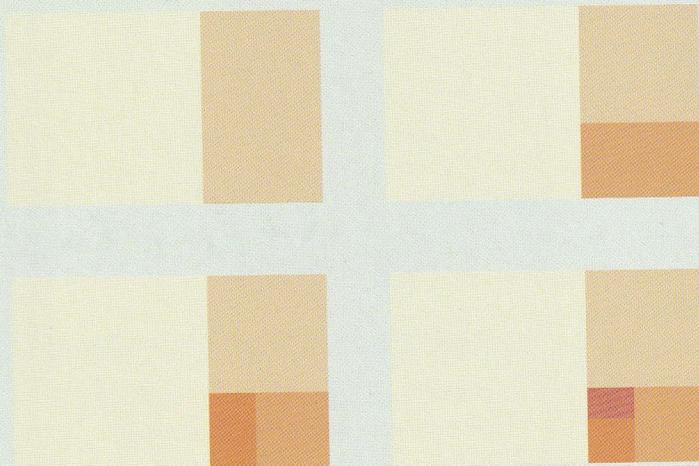
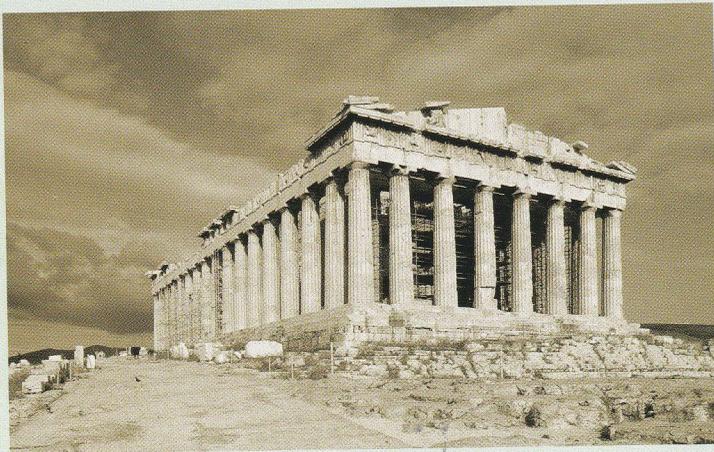


# 8 Der Goldene Schnitt

**OFT HÖRT MAN, IN DER MATHEMATIK SEI SCHÖNHEIT, ABER BEREITS UM DIE MITTE DES FÜNFTEN JAHRHUNDERTS V. CHR. WUSSTE MAN SPÄTESTENS,** dass auch eine Menge Mathematik in Schönheit verborgen liegt.

*Obwohl der Goldene Schnitt nach Phidias benannt ist, hat er sich bei seinem Entwurf des Parthenon keineswegs an die Proportionen gehalten. Der Tempel ist etwas zu hoch, um „golden“ zu sein, sei es aufgrund von Messfehlern oder weil Phidias es genauso wollte.*

Der Goldene Schnitt ist eine Zahl, die vielleicht mehr Namen hat als jede andere. Man nennt sie die Goldene Zahl, die Göttliche Proportion oder einfach nur Phi ( $\Phi$ ). Sie bezieht sich auf ein mathematisches Mittel, etwas in zwei ungleiche Teile zu teilen, was im Allgemeinen zu angenehmen Ergebnissen führt. Der Goldene Schnitt findet sich häufig an Monumenten und in Kunstwerken aller Zeiten. Phi wird nach Phidias bezeichnet, dem griechischen Architekt, der Phi für die Proportionen seines berühmtesten Werks angewandt haben soll, dem Mitte des fünften Jahrhunderts v. Chr. errichteten Parthenon in Athen. Euklid erwähnt als Erster den Goldenen Schnitt um 300 v. Chr. in seinen *Elementen*. Das eigentliche Wunder ist aber keineswegs, dass der Goldene Schnitt tatsächlich und sichtbar in von Menschen hergestellten Objekten von Kreditkarten bis zu Leonardos *Vitruvianischem Menschen* vorkommt, sondern in Naturphänomenen erscheint, wie dem Wachstum von Pflanzen und Muscheln oder den Mustern innerhalb von Zahlen.



## Die Proportion finden

Euklid beschrieb die Anwendung des Goldenen Schnitts als „Teilung im inneren und äußeren Verhältnis“. Mathematisch lässt sich das als  $(a + b)/a = a/b$  formulieren. In Worten ausgedrückt, ist der Goldene Schnitt ein Teilungsverhältnis dergestalt, dass sich eine größere Teilstrecke zur kleineren verhält wie die Summe aus beiden zur größeren.

Ein gutes Beispiel für den Goldenen Schnitt ist die Kreditkarte mit ihrem auf der ganzen Welt standardisierten Format. Gemäß dem Goldenen Schnitt verhält sich die längere Seite zur kürzeren wie die Summe aus beiden zur größeren Seite. Die Kreditkarte entspricht daher einem Goldenen Rechteck. Dieses Format wurde wegen der ausgewogenen Proportionen

*Goldene Rechtecke können in eine unendliche Zahl immer kleiner werdender Goldener Rechtecke geteilt werden, indem das Quadrat mit der kürzesten Länge entfernt wird.*

*Die Proportion aufeinanderfolgender Kammern einander nähern sich dem Goldenen Schnitt.*

gewählt, ist es doch weder zu lang noch zu breit. Will man prüfen, ob ein Rechteck ein goldenes ist, dann lege man zwei nebeneinander, und zwar eins mit seiner kurzen Seite senkrecht, das andere mit seiner langen Seite waagrecht daneben. Wenn sich die Diagonale, die die Ecken des waagrechtens Rechtecks verbindet, in das senkrechte bis zur oberen Ecke verlängern lässt, dann handelt es sich um zwei Goldene Rechtecke. Goldene Rechtecke findet man zumeist in der Architektur, wie dem UN-Gebäude in New York.

### Mathematik in Kunst und Natur

Der Goldene Schnitt hat natürlich auch etwas Prosaisches, zumindest für Nichtmathematiker: seine Zahl. Die positive Lösung für die algebraische Gleichung  $x^2 - x - 1 = 0$  ist, dass  $x$  gleich  $1,6180339887\dots$  und sich ohne Ende fortsetzt.

Der Goldene Schnitt hat eine starke Verbindung zur westlichen Kunst, was sich zu einem großen Teil zurückführen lässt auf das Werk von Luca Pacioli zu Beginn des 16. Jahrhunderts.

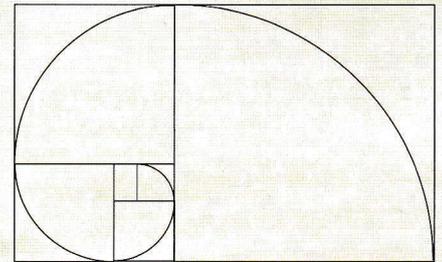
Pacioli war ein Zeitgenosse von Leonardo da Vinci, und eine Reihe der Zeichnungen des genialen Künstlers, darunter die bekannteste Version des *Vitruvianischen Menschen*, erschienen 1509 in Paciolis Abhandlung *De Divina*

*Proportione*. Dieses Buch bildet die geometrische Grundlage für die Schönheit, wobei die Zahl  $\Phi$  als Inspiration diente. So wurde zum Beispiel innerhalb der idealen Proportionen des menschlichen Körpers der Goldene Schnitt benutzt, um die Körpergröße bis zum Nabel in Beziehung zur gesamten Körpergröße zu setzen. Tatsächliche Messungen zeigen leider, dass nur die allerwenigsten unserer Körper „ideal“ sind.

Im 20. Jahrhundert wurde der Goldene Schnitt in natürlichen Formen gesucht. Diejenigen, die ausdauernd genug fahndeten, entdeckten ihn in den Proportionen von Blättern, der Anordnung von Blüten und Pflanzstängeln, ja sogar in der Flugbahn von Falken, die sich auf ihre Beute stürzen. Einige erkannten darin einen Plan hinter der Struktur der Natur. Andere sahen darin einen Hinweis, dass das, was wir als schön, zumindest als angenehm proportional empfinden, die Handschrift der Mathematik des Wachstums trägt, durch deren Steuerung Strukturen größer werden können, ohne ihre gesamte Form zu verlieren.

### DIE GOLDENE SPIRALE

Eine Spirale, die gemäß dem Goldenen Schnitt wächst, kann durch eine Folge Goldener Rechtecke angenähert werden. Dies ist ein Sonderfall der logarithmischen Spirale, deren Radius bei jeder Umdrehung um einen konstanten Faktor wächst. Diese Art von Spirale wollte ihr größter Liebhaber Jakob Bernoulli auf seinem Grabstein abgebildet haben, ein unwissender Steinmetz schuf aber eine archimedische Spirale.



*Eine Folge von Quadraten mit Kantenlängen jeweils im Verhältnis zum Goldenen Schnitt fügt sich zu einer spiralförmigen Anordnung zusammen. Wenn Viertelkreise in die Quadrate einbeschrieben werden, entsteht eine Goldene Spirale.*