

# I livelli del grado 8

# Programma

- Analisi dei livelli per la III secondaria di primo grado con esempi specifici
- Come si possono utilizzare nella didattica le restituzioni delle prove online per la III secondaria di primo grado con esempi specifici

# STRUTTURA del Quadro di Riferimento

**INDICAZIONI NAZIONALI E  
LINEE GUIDA**

Gli *AMBITI* di contenuto fanno esplicito riferimento a quelli delle indicazioni nazionali e delle linee guida.

**AMBITI**  
Numeri  
Spazio e figure  
Relazioni e funzioni  
Dati e previsioni

**DIMENSIONI**  
Conoscere  
Risolvere problemi  
Argomentare

**PROCESSI**

**ARITMETIC  
A E**

**ALGEBRA  
GEOMETRI  
A**

# STRUTTURA del Quadro di Riferimento Competenza matematica in INVALSI

Le dimensioni sono un ***raggruppamento dei traguardi (obiettivi o risultati di apprendimento)***, fondato sull'idea che le attività matematiche si riferiscano essenzialmente o all'***argomentare*** o al ***risolvere problemi*** e che queste due non siano completamente indipendenti l'una dall'altra e richiedano ***conoscenze*** su concetti, linguaggio formale e procedure.

La ***dimensione semiotica*** della rappresentazione è trasversale alle altre e assume in ciascuna di esse aspetti diversi.

## DIMENSIONI

### ***Argomentare***

Produrre, verificare e giustificare affermazioni, in modo formale o non formale, comprendere testi che coinvolgono aspetti logici e matematici, costruire ragionamenti.

### ***Risolvere problemi***

Risolvere problemi riferibili sia ad aspetti interni alla matematica sia ad aspetti applicativi collegati ad ambiti scientifici (economico, sociale, tecnologico) o, più in generale, al mondo reale.

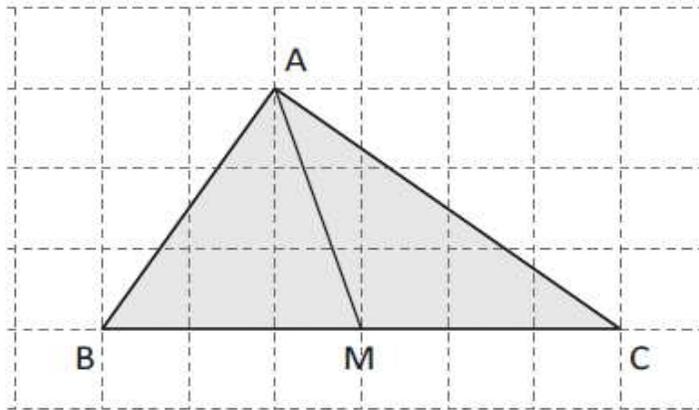
### ***Conoscere***

Conoscere concetti, algoritmi, procedure e farne un uso consapevole.

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado	Codifica	Proposta dimensione
L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	1	1
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	2	1
Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	3	2
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.	4	2
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	5	2
Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	6	2
Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).	7	3
Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	8	3
Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.	9	1
Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.	10	2
Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.	11	No

# Grado 08 – 2014 – risposta con giustificazione

- D22. Nel triangolo in figura il segmento AM congiunge il vertice A con il punto medio M del lato BC. Il triangolo risulta così diviso in due triangoli.



I due triangoli ABM ed AMC risultano tra loro equivalenti?

- A.  Sì, perché i triangoli ABM e AMC hanno basi uguali e altezze uguali
- B.  Sì, perché il lato AM è in comune
- C.  No, perché i triangoli ABM e AMC non hanno basi uguali
- D.  No, perché il segmento AM non è perpendicolare a BC

Scelta  
dell'affermazione  
e corretta e  
individuazione  
della  
giustificazione  
di essa tra  
quelle proposte

Ambito

SPAZIO E FIGURE

Scopo della  
domanda

Capire che i due triangoli  
hanno basi uguali e  
altezza in comune

Dimensione

Argomentare

# Dalle domande ai livelli di apprendimento

**Ambito:**  
Numeri

...amente lungo la linea dei numeri.  
Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di  $\frac{1}{2}$  a ogni passo.  
Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di  $\frac{1}{2}$  a ogni passo.

A

B

5

**Scopo della domanda:**

Muoversi sulla retta numerica di quantità non intere

**DIMENSIONE: Conoscere**

**Traguardo:**

Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni

**Formato della domanda:**

Scelta multipla semplice

**Parola chiave:**

Retta dei numeri

- A  2
- B  3
- C  6
- D  8

**Macrodescrittore:**

Operazioni e ordinamenti fra numeri

# La descrizione dei livelli di apprendimento

---

## Descrizione dei livelli

**Fase 1** (prima della rilevazione principale INVALSI 2018)

- ✓ Sono stati formulati, da parte di esperti della disciplina oggetto di rilevazione e del Quadro di Riferimento INVALSI, i descrittori di tutti gli item della banca;
- ✓ È stato indicato per ogni item un livello «teorico» di difficoltà;

**FASE 2** (dopo l'individuazione delle soglie e l'attribuzione degli item ai livelli, sulla base dei dati INVALSI 2018).

- ✓ sono stati descritti i livelli analitici e sintetici a partire dagli elementi caratterizzanti e comuni dei descrittori degli item dello stesso livello, con particolare attenzione agli elementi distintivi rispetto agli item dei livelli precedenti.

## La descrizione dei livelli di apprendimento

- ✓ Descrizione **sintetica**
- ✓ Descrizione **analitica**
- ✓ Esempi

[https://INVALSI-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=g8\\_descrittori\\_qualitativi](https://INVALSI-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=g8_descrittori_qualitativi)

### Matematica

- [30.05.2018] **Descrittori dei livelli INVALSI per la certificazione di competenza – MATEMATICA**
- [30.05.2018] **Descrittori analitici dei livelli INVALSI – MATEMATICA**
- [15.06.2018] **Esempi di domande per ciascun livello di competenza – MATEMATICA**

# Le parole chiave

PAROLE CHIAVE		
Angoli	Misure (tempo, equivalenze,..)	Proprietà delle operazioni
Aree-perimetro	Notazione scientifica	Radici
Circonferenza-cerchio	Operazioni in N, Q	Rapporti
Equazioni	Ordinamento	Retta dei numeri
Espressioni algebriche	Percentuali	Sequenze
Formule	Piano cartesiano	Similitudine
Funzioni	Pitagora	Stime
Grafico DP (leggere un dato su un grafico di DP)	Potenze	Tabella
Grafico DP (utilizzare un dato di un grafico di DP)	Probabilità	Trasformazioni isometriche
Grafico DP (operare con dati presi da un grafico o operare sul grafico stesso)	Proporzionalità	Valori medi
Grafico RF	Proprietà dei numeri	Visualizzazione
Misure (strumenti, ecc.)	Proprietà delle figure	Volume

# I macrodescrittori



**I. Operazioni, ordinamenti e confronti tra numeri**

**II. Rappresentazioni diverse dei numeri**

**III. Stime di grandezze, numeri e risultati di operazioni**

**IV. Proporzionalità (proporzioni, rapporti, percentuali, scale,..)**

**V. Proprietà dei sistemi numerici**

**VI. Formule e espressioni algebriche**

**VII. Grafici di funzioni**

**VIII. Caratteristiche e proprietà delle figure piane**

**IX. Perimetro e area di figure piane**

**X. Misure, strumenti di misura e strumenti di disegno**

**XI. Figure solide: rappresentazione e misure di superficie e di volume**

**XII. Trasformazioni geometriche**

**XIII. Variabilità e valori medi**

**XIV. Probabilità e incertezza**

**XV. Rappresentazione e interpretazione di dati**

**Domanda**

Nella borraccia di Michele, piena per metà, ci sono 0,6 litri di acqua.

Michele beve la metà dell'acqua contenuta nella borraccia. Quanta acqua rimane?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

**Domanda**

Usa la calcolatrice per calcolare  $43,2 \times (5,8 + 7,3) \div (4,9 + 0,5)$ .

Digita il risultato.

**Domanda**

Antonio e Bruno camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri.

Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di  $\frac{1}{2}$  a ogni passo.

Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di  $\frac{1}{4}$  a ogni passo.



A quale numero corrisponde il punto in cui Antonio e Bruno si incontrano?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

**Domanda**

Osserva la seguente retta dei numeri.

3

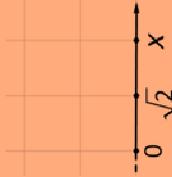
A quale numero può corrispondere la lettera a?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

A C 1,5

**Domanda**

Osserva la seguente retta dei numeri.



Quanto vale x?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $x = 2\sqrt{2}$
- B   $x = 2\sqrt{3}$
- C   $x = \sqrt{1}$
- D   $x = \sqrt{2} + 1$

**LIVELLO**

**LIVELLO ANALITICO**

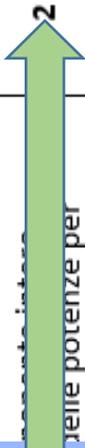
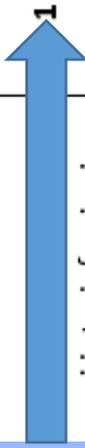
L'allievo/a conosce il sistema dei numeri naturali e opera in esso. Conosce la scrittura dei numeri decimali, esegue calcoli e opera confronti fra semplici numeri decimali.

L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali e risolve problemi diretti anche in contesti reali.

L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro due o più conoscenze fondamentali relative a operazioni, ordinamenti tra numeri razionali e rappresentazioni di oggetti matematici. Per esempio, utilizza nel calcolo il passaggio dalla frazione alla rappresentazione decimale oppure si muove sulla retta dei numeri anche utilizzando frazioni dell'unità di misura.

L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro più conoscenze fondamentali le cui relazioni sono fornite in modo implicito o ricavate da una rappresentazione. Per esempio, individua il rapporto fra due numeri razionali rappresentati sulla retta dei numeri.

L'allievo/a padroneggia significati e proprietà dei contenuti, con i quali riesce a operare inferenze e collegamenti integrando fra loro i diversi aspetti. Per esempio, individua una relazione rappresentata sulla retta dei numeri e ne riconosce la scrittura corrispondente.



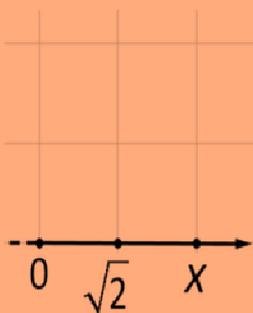
Calcolatrice per calcolare  $\frac{43,2 \times (5,8 + 7,3)}{4,9 + 0,5}$ .

ultato.

risposta corretta: 104,8

domanda somministrata a circa 11000 studenti del campione. 1000 studenti hanno risposto correttamente.

osserva la seguente retta dei numeri.



Per rispondere clicca su una delle alternative.

- $= 2\sqrt{2}$  35,36%
- $= 2\sqrt{3}$  8,35%
- $= \sqrt{4}$  29,23%
- $= \sqrt{2} + 1$  25,32%

domanda o all'altra senza tener conto delle parentesi) - 308 studenti

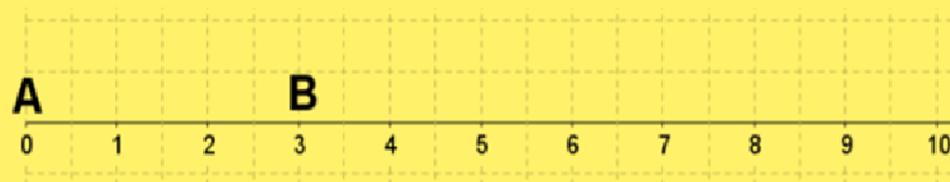
domanda ent  
1 - 8  
3 stu

Domanda

Antonio e Bruno camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri.

Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di  $\frac{1}{2}$  a ogni passo.

Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di  $\frac{1}{4}$  a ogni passo.



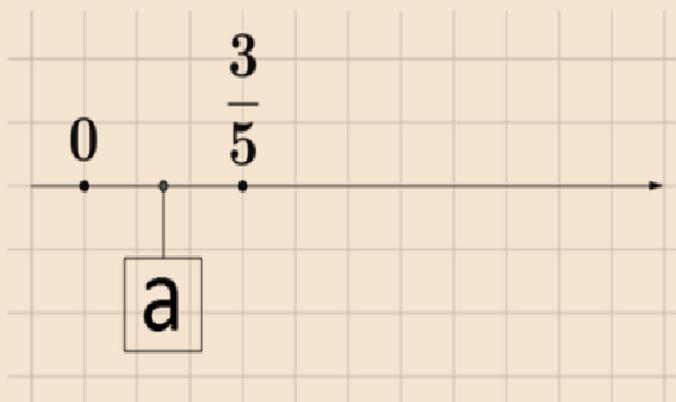
A quale numero corrisponde il punto in cui Antonio e Bruno si incontrano?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  2 5,48%
- B  3 11,45%
- C  6 66,55%
- D  8 15,18%

Domanda

Osserva la seguente retta dei numeri.

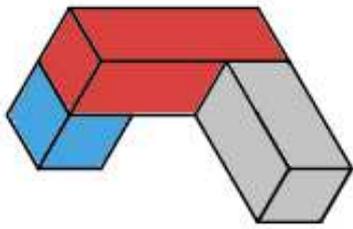


A quale numero può corrispondere la lettera a?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

- A  1,5 20,44%
- B   $\frac{3}{10}$  39,08%
- C  3 11,92%
- D   $\frac{1}{5}$  27,9%

ente figura.



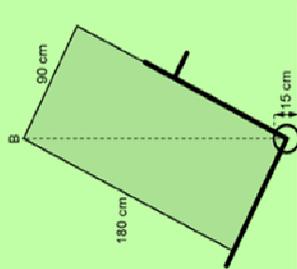
Il solido viene ruotato.

Quale tra le seguenti figure non può rappresentare il solido ruotato?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

<p>A</p>	<p>B</p>
<p>C</p>	<p>D</p>

erato un nuovo frigorifero. Per portarlo in cucina usa un presentato nella figura.



Quale espressione ti permette di calcolare la massima distanza dal suolo del punto B quando il frigorifero è trasportato sul carrello?

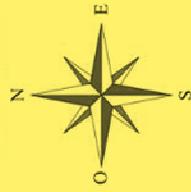
Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

- A   $\sqrt{180^2 + 90^2} + 7,5$
- B   $\sqrt{180^2 - 90^2} + 7,5$
- C   $\sqrt{180 + 90} + 7,5$
- D   $\sqrt{180^2} + \sqrt{90^2} + 7,5$

agine rappresenta la situazione climatica sul versante Sud di una montagna in un certo periodo dell'anno.



Rosa dei venti



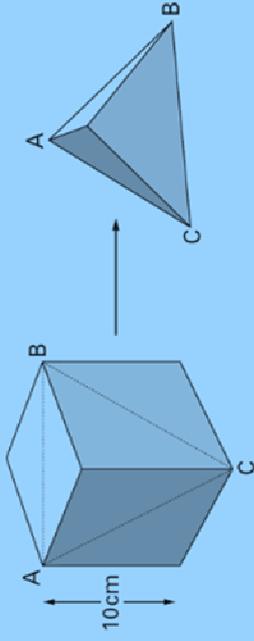
Da quale punto cardinale è vista la montagna in questa immagine? Per rispondere puoi aiutarti con la rosa dei venti.

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

- A  Nord
- B  Ovest
- C  Sud
- D  Est

Domanda

Un cubo ha lo spigolo lungo 10 centimetri. La sezione ottenuta dal piano che passa per i vertici A, B e C del cubo è la base di una piramide.



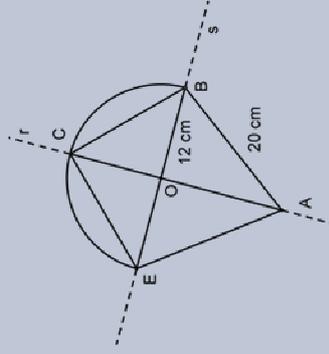
Quanto misura il perimetro di base della piramide?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  Circa 14 cm
- B  Circa 30 cm
- C  Circa 40 cm
- D  Circa 42 cm

Domanda

Nella seguente figura le rette  $r$  ed  $s$  sono perpendicolari fra loro e l'arco ECB è una semicirconferenza di centro O. La lunghezza del segmento AB è di 20 cm. lunghezza del segmento OB è di 12 cm.



Qual è l'area del quadrilatero ABCE?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  320 cm<sup>2</sup>
- B  336 cm<sup>2</sup>
- C  480 cm<sup>2</sup>
- D  672 cm<sup>2</sup>

# Come lavoreremo oggi

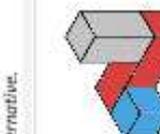
- Ci si divide a coppie o a triplete
- Si analizzano le domande fornite per:
  - Assegnare ambito, dimensione, parola chiave, macrodescrittore
  - Attribuire il livello di difficoltà
  - Descrivere il compito che la domanda richiede allo studente, le competenze messe in gioco
  - Descrivere il contenuto matematico della domanda
  - Ipotizzare le difficoltà che gli studenti potrebbero incontrare nel rispondere a questa domanda
  - Pensare alle opportunità che hanno avuto gli alunni di acquisire le abilità necessarie per rispondere a questa domanda

LIVELLO	LIVELLO ANALITICO
1	L'allievo/a riconosce o visualizza una figura a partire da una sua rappresentazione nel piano e ne individua proprietà o caratteristiche facilmente identificabili. Per esempio, è in grado di associare ad una figura la sua corrispondente in una trasformazione come la rotazione.
2	L'allievo/a si orienta nel piano e nello spazio individuando il punto di vista da cui si osserva un oggetto o determinando la posizione di un oggetto rispetto a un riferimento dato, in un contesto reale.
3	L'allievo/a identifica elementi, proprietà, caratteristiche dei principali oggetti geometrici, anche in un contesto non abituale, con una interpretazione non elementare del testo o della figura. Per esempio, riconosce fra diverse alternative l'espressione matematica corretta del teorema di Pitagora in contesto reale.
4	L'allievo/a conosce e collega fra loro elementi e proprietà delle figure piane e dei principali solidi attraverso un'analisi dettagliata del testo e della figura allo scopo di risolvere problemi anche in contesti reali non abituali. L'allievo/a individua adeguate strategie per risolvere problemi. Per esempio calcola l'area di una figura piana ricorrendo alla scomposizione in parti equivalenti.
5	L'allievo/a ha una conoscenza dei principali elementi di geometria che gli/le permette di risolvere problemi complessi, di individuare proprietà delle figure in costruzioni geometriche articolate. Per esempio, dimostra di avere padronanza del Teorema di Pitagora e di saperlo applicare alla risoluzione di problemi relativi a figure sia piane sia solide, anche in contesti non abituali.

Il solido viene ruotato.

Quale tra le seguenti figure non può rappresentare il solido ruotato?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.



A B

Domanda 1/3

Da quale punto cardinale è vista la montagna in questa immagine? Per rispondere puoi aiutarti con la rosa dei venti.

Rosa dei venti



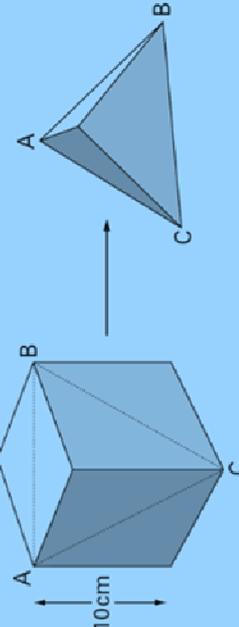
Quale espressione ti permette di calcolare la massima distanza dal suolo del punto B quando il frigorifero è trasportato sul carrello? Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

A   $\sqrt{180^2 + 90^2} + 7,5$

La figura le rette  $r$  ed  $s$  sono perpendicolari fra loro e l'arco ECB è una semicirconferenza di centro O. La lunghezza del segmento AB è di 20 cm e la segmento OB è di 12 cm.

Quale è il perimetro di base della piramide?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.



10cm

A B C

### Domanda

In un test sono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta, -1 punto per ogni risposta errata e 0 punti per ogni risposta mancante. Il test è costituito da 30 domande.

Completa la formula seguente che permette di calcolare il punteggio totalizzato nel test.

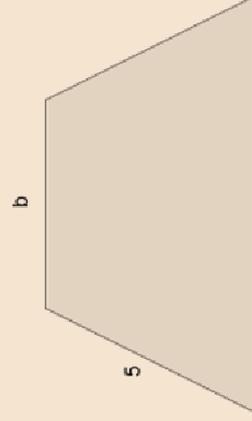
- $C$  indica il numero delle risposte corrette
- $E$  il numero delle risposte errate
- $M$  il numero delle risposte mancanti

Digita i completamenti nelle caselle.

$$P = \boxed{\phantom{00}} \cdot C + \boxed{\phantom{00}} \cdot E + \boxed{\phantom{00}} \cdot M$$

Domanda

Il trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore.



Scrivi una formula che esprima il perimetro  $p$  del trapezio in funzione di  $b$ .

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  $p = \boxed{\phantom{000}}$

### Domanda

Per la manutenzione del sistema di riscaldamento di un condominio un tecnico richiede un compenso fisso di 60 euro, più 40 euro per ogni ora di lavoro.

Quale delle seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  (in euro) al variare della durata  $t$  (in ore) del lavoro svolto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $S = 40t$
- B   $S = 60t$
- C   $S = 40 + 60t$
- D   $S = 60 + 40t$

### Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

La formula che descrive il costo mensile  $C$  in euro in funzione del numero  $x$  di fotocopie è:

- A   $C = 50 + 0,01x$
- B   $C = 0,01x$
- C   $C = 0,01 + x$
- D   $C = 50 \cdot (0,01x)$

# Distribuzione per LIVELLI DI APPRENDIMENTO



Tavola 1B Matematica

Istituto nel suo complesso					
Classi/Istituto/Dettaglio territoriale	Percentuale studenti livello 1	Percentuale studenti livello 2	Percentuale studenti livello 3	Percentuale studenti livello 4	Percentuale studenti livello 5
712049990801	18,2	31,8	31,8	9,1	9,1
712049990802	15,0	20,0	20,0	25,0	20,0
712049990803	27,8	27,8	16,7	5,6	22,2
712049990804	14,3	14,3	28,6	19,1	23,8
712049990805	31,8	22,7	36,4	4,6	4,6
RMIC000000	21,4	23,3	27,2	12,6	15,5
Lazio	15,2	22,7	27,3	18,9	15,9
Centro	12,8	21,8	26,8	20,4	18,2
Italia	17,3	22,8	24,7	18,5	16,7

Salva la tavola in formato Excel 

Scarica la descrizione analitica dei livelli di Matematica in formato PDF 

**Link ai  
Livelli**



# Punteggi GENERALI G08 MAT



Tavola 7B Matematica

Classi/Istituto	Esiti degli studenti nella stessa scala del rapporto nazionale <sup>1d</sup>	Istituto nel suo complesso			Punteggio Lazio (200,5) <sup>5</sup>	Punteggio Centro (204,2) <sup>5</sup>	Punteggio Italia (200,0) <sup>5</sup>
		Differenza nei risultati (punteggio percentuale) rispetto a classi/scuole con <i>Background</i> familiare simile <sup>2</sup>	<i>Background</i> familiare mediano degli studenti <sup>3 4</sup>	Percentuale copertura <i>Background</i> <sup>1c</sup>			
712049990801	188,9	-13,5	medio-alto	100,0	↓	↓	↓
712049990802	205,7	22,3	basso	100,0	↑	↔	↑
712049990803	189,5	-2,8	basso	94,7	↓	↓	↓
712049990804	206,4	13,9	basso	100,0	↑	↔	↑
712049990805	184,0	-18,8	medio-alto	100,0	↓	↓	↓
RMIC000000	194,8	-1,3	basso	99,0	↓	↓	↓

Salva la tavola in formato Excel 

# Distribuzione per LIVELLI DI APPRENDIMENTO

## Grafici prova di Matematica

Distribuzione degli studenti nei livelli di apprendimento

