

PRIME 20

1. L'espressione

$$\frac{1}{6} \cdot (3^{-6} - 3^{-7})$$

è uguale a

- A. $2 \cdot 3^{-6}$
- B. 3^{-7}
- C. 3^{-8}
- D. $2 \cdot 3^{-8}$
- E. 3^{-9}

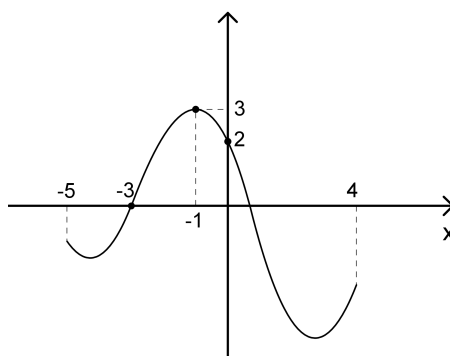
2. Quante soluzioni reali ha l'equazione

$$x^4 - 2x^2 - 1 = 0?$$

- A. Nessuna
- B. Una
- C. Due
- D. Tre
- E. Quattro

3. In figura è rappresentato il grafico di una funzione $f : [-5,4] \rightarrow \mathbb{R}$. Si dica per quale c vale la disuguaglianza

$$f(x) \leq f(c) \quad \text{per ogni } x \in [-5,4].$$



- A. $c = 2$
 B. $c = 3$
 C. $c = -1$
 D. $c = 4$
 E. $c = -3$
4. Si consideri il sottoinsieme del piano cartesiano costituito dai punti (x,y) tali che

$$0 \leq y \leq \frac{x}{2} + 3 \quad \text{e} \quad |x| \leq 2.$$

Il suo perimetro è

- A. $9 + \sqrt{3}$
 B. $2(5 + \sqrt{3})$
 C. $9 + \sqrt{5}$
 D. $2(5 + \sqrt{5})$
 E. $4(3 + \sqrt{5})$

5. Un'azienda realizza prodotti di due soli tipi: A oppure B . Essa in totale ha realizzato 10.000 prodotti, di cui 2.000 sono di tipo A . Inoltre è noto che il 90% dei prodotti di tipo A non sono difettosi. Se in totale l'azienda ha realizzato 8.800 prodotti non difettosi, allora quanti prodotti difettosi di tipo B ha realizzato?

A. 200
B. 800
C. 1000
D. 1200
E. 1800

6. Se $\log_3 100 = c$, allora $\log_3 30$ è uguale a

A. $\frac{3}{10} \sqrt{c}$
B. $\frac{3}{10} c$
C. $\frac{1}{2} c$
D. $1 + \sqrt{c}$
E. $1 + \frac{c}{2}$

7. Il sistema

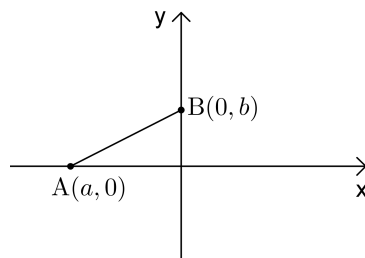
$$\begin{cases} y(x-y) = 0 \\ x^2 - xy + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

ha un'unica soluzione (\bar{x}, \bar{y}) . Quanto vale $\bar{x} + \bar{y}$?

A. -2
B. 2
C. 0
D. 1
E. -1

8. Sono dati tre punti non allineati nel piano. L'insieme dei punti del piano che sono equidistanti dai tre punti dati è
- A. costituito da un punto
 - B. costituito da tre punti
 - C. una retta
 - D. una circonferenza
 - E. l'insieme vuoto

9. È dato il segmento AB in figura.



La retta perpendicolare al segmento AB e passante per B ha equazione:

- A. $y = \frac{b}{a}x + b$
- B. $y = \frac{a}{b}x + b$
- C. $y = -\frac{b}{a}x + b$
- D. $y = -\frac{a}{b}x + b$
- E. $y = -\frac{a}{b}x - b$

10. È data una funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(-x) = f(x)$ per ogni x . Tra le seguenti funzioni g , quale verifica la relazione $g(-x) = -g(x)$ per ogni x ?

- A. $g(x) = 2f(x)$
- B. $g(x) = x^2 f(x)$
- C. $g(x) = x^2 + f(x)$
- D. $g(x) = x - f(x)$
- E. $g(x) = xf(x)$

11. Alle elezioni in un paese è andato a votare il 71% degli elettori. Uno dei partiti ha ottenuto il 20% dei voti. Allora ha votato per quel partito approssimativamente

- A. un elettore ogni 7
- B. un elettore ogni 5
- C. un elettore ogni 14
- D. un elettore ogni 6
- E. un elettore ogni 9

12. L'espressione

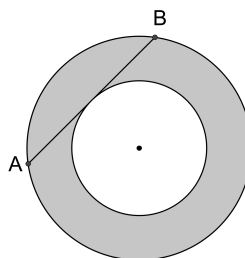
$$(c^2 - c)^3 + (c - 1)^4$$

è uguale a

- A. $(c - 1)^3(2c - 1)$
- B. $(c - 1)^3(c^4 - c^3)$
- C. $(c - 1)^3(c^2 + c - 1)$
- D. $(c - 1)^3(c^2 - c)$
- E. $(c - 1)^3(c^3 + c - 1)$

13. Sono date le funzioni $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = 1 - |x|$. L'equazione $f(x) = g(x)$
- A. non ha soluzioni
 - B. ha due soluzioni, entrambe negative
 - C. ha due soluzioni, una positiva e una negativa
 - D. ha un'unica soluzione e la soluzione è negativa
 - E. ha un'unica soluzione e la soluzione è positiva

14. In figura sono rappresentate due circonferenze concentriche. Il segmento AB è una corda della circonferenza più grande ed è tangente alla circonferenza più piccola. Sapendo che l'area della regione ombreggiata è 3π , è possibile determinare la lunghezza di AB?



- A. Sì, la lunghezza di AB è $\sqrt{3}$
- B. Sì, la lunghezza di AB è $\sqrt{6}$
- C. Sì, la lunghezza di AB è $2\sqrt{3}$
- D. Sì, la lunghezza di AB è $3\sqrt{2}$
- E. No, non vi sono sufficienti informazioni per dedurre la lunghezza di AB

15. Ho lanciato due volte una moneta equilibrata (cioè tale che la probabilità di ottenere testa è del 50% e quella di ottenere croce è del 50%). Ho ottenuto testa entrambe le volte. Allora la probabilità che nei prossimi tre lanci esca croce esattamente due volte è

- A. $\frac{3}{32}$
- B. $\frac{1}{8}$
- C. $\frac{5}{16}$
- D. $\frac{3}{8}$
- E. $\frac{2}{3}$

16. Si sa che in un dato istituto *tutti gli studenti che suonano non arrampicano*. Da ciò si deduce che, in quell'istituto,

- A. tutti gli studenti che non suonano, arrampicano
- B. tutti gli studenti che non arrampicano, suonano
- C. c'è uno studente che non suona e non arrampica
- D. nessuno degli studenti che arrampica non suona
- E. nessuno degli studenti che suona, arrampica

17. Una sola delle seguenti disuguaglianze vale per ogni coppia di numeri a e b tali che

$$10^{-4} < a < 10^{-3} \quad \text{e} \quad 10^{-4} < b < 10^{-3}.$$

Quale?

- A. $10^{-5} < a + b < 10^{-3}$
- B. $10^{-3} < a + b < 10^{-2}$
- C. $10^{-4} < a + b < 10^{-2}$
- D. $10^{-3} < a + b < 10^{-1}$
- E. $10^{-4} < a + b < 10^{-3}$

18. Una *progressione geometrica* è una successione di numeri a_1, a_2, a_3, \dots ciascuno dei quali, dal secondo in poi, si ottiene moltiplicando il precedente per un numero fissato $r \neq 0$. Si ha cioè:

$$a_2 = r \cdot a_1, \quad a_3 = r \cdot a_2, \quad a_4 = r \cdot a_3, \quad \dots$$

Se in una progressione geometrica si ha $a_1 = 6$ e $a_5 = \frac{2}{27}$, quanto vale a_3 ?

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{2}{9}$
- C. $\frac{4}{9}$
- D. $\frac{1}{3}$
- E. $\frac{1}{6}$

19. Dieci anni fa, Sandro aveva il doppio dell'età di Damiano. Oggi il quadrato della somma delle loro età supera di 2480 l'età di Damiano. Detta y l'età che ha oggi Damiano, vale:

- A. $(2y - 10)^2 + y^2 = y + 2480$
- B. $(3y - 10)^2 = y + 2480$
- C. $(3y - 10)^2 = y - 2480$
- D. $\left(\frac{3}{2}y + 5\right)^2 = y + 2480$
- E. $\left(\frac{1}{2}y + 5\right)^2 + y^2 = y + 2480$

20. Quattro numeri a, b, c, d verificano la condizione $a + b + c + d < 0$. Si sa inoltre che:

$$a + b + c > 0 \quad c + d > 0 \quad a + d > 0.$$

Qual è il sottoinsieme dei numeri positivi dell'insieme $\{a, b, c, d\}$?

- A. $\{a\}$
- B. $\{b\}$
- C. $\{a, c\}$
- D. $\{a, b, c\}$
- E. $\{a, c, d\}$

ULTIME 15

21. Quale tra le seguenti espressioni è uguale a 999^2 ?

- A. $10^6 - 999$
- B. $10^6 - 1$
- C. $10^6 - 199$
- D. $10^6 - 99$
- E. $10^6 - 1999$

22. Qual è il periodo della funzione $f(x) = |3 \sin(\pi x)|$?

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{4}$
- E. $\frac{3}{4}$

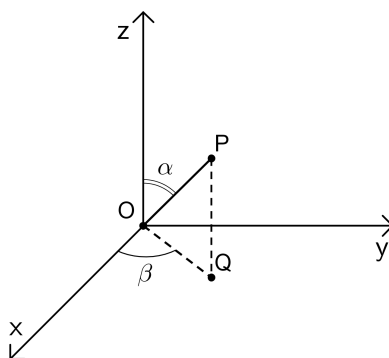
23. Un'automobile percorre in pianura 20 chilometri con un litro di gasolio. Lungo una ripida salita, il consumo aumenta del 60%, ovvero per ogni chilometro percorso è necessario il 60% in più di gasolio rispetto a quello consumato in pianura. Quanti chilometri percorre l'automobile lungo quella salita con un litro di gasolio?

- A. 8
- B. 10,5
- C. 12
- D. 12,5
- E. 9

24. È data la funzione $f(x) = \ln x$. La funzione il cui grafico è il simmetrico di quello di f rispetto alla retta di equazione $x = 3$, è

- A. $\ln(x - 3)$
- B. $\ln(3 - x)$
- C. $\ln(6 - x)$
- D. $3 - \ln x$
- E. $6 - \ln x$

25. Il punto P in figura ha distanza r dall'origine O .



Sia Q la proiezione ortogonale di P sul piano xy . Inoltre, siano α l'angolo che OP forma con l'asse z e β l'angolo che OQ forma con l'asse x . Allora la coordinata x del punto P è

- A. $r \cos \alpha \cos \beta$
- B. $r \cos \alpha \sin \beta$
- C. $r \sin \alpha \cos \beta$
- D. $r^2 \sin \alpha \sin \beta$
- E. $r^2 \cos \alpha \cos \beta$

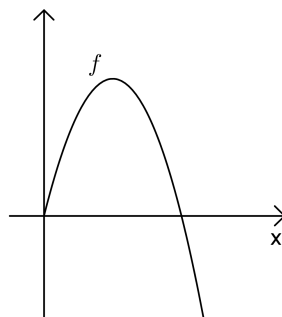
26. Sono dati i numeri x_1, x_2, \dots, x_n e sia M la loro media aritmetica. In statistica si dice *momento di ordine 3* il numero

$$\frac{(x_1 - M)^3 + (x_2 - M)^3 + \dots + (x_n - M)^3}{n}.$$

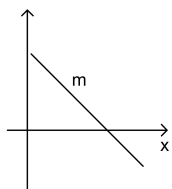
Se il momento di ordine 3 di n numeri vale μ , allora il momento di ordine 3 dei loro doppi

- A. vale $\mu + 2$
 - B. vale 2μ
 - C. vale 8μ
 - D. vale μ^3
 - E. non è nessuno dei valori proposti: la relazione tra i due momenti di ordine 3 dipende dagli n numeri dati
27. È data la curva di equazione $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 3$. Sia $P(a, b)$ il punto di tale curva che ha ordinata b massima; allora b vale
- A. $-1 + \sqrt{3}$
 - B. 2
 - C. $1 + \sqrt{3}$
 - D. 4
 - E. 5
28. Supponiamo che l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, non abbia soluzioni reali. Allora, quale delle seguenti affermazioni sui coefficienti a, b, c è corretta?
- A. Se $c > 0$ allora $a < 0$
 - B. Se $b < 0$ allora $c < 0$
 - C. Se $a < 0$ allora $c < 0$
 - D. Se $b > 0$ allora $a < 0$
 - E. Se $c < 0$ allora $b < 0$

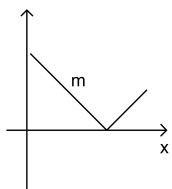
29. In figura è rappresentato il grafico di una funzione f .



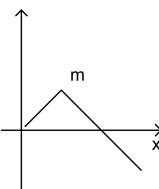
Sia m la funzione così definita: per ogni $x > 0$, $m(x)$ è la pendenza della retta che passa per i punti $(0,0)$ e $(x, f(x))$. Uno dei seguenti è il grafico della funzione m . Quale?



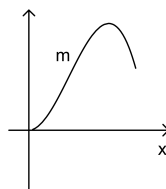
I



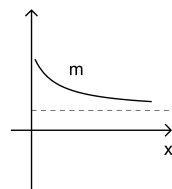
II



III



IV



V

- A. Il grafico I
 - B. Il grafico II
 - C. Il grafico III
 - D. Il grafico IV
 - E. Il grafico V
30. In un gruppo di 7 amici solo 4 sono maggiorenni. In quanti modi si possono scegliere 5 amici in tale gruppo, se si vuole che tra essi vi siano esattamente 3 maggiorenni?
- A. 7
 - B. 12
 - C. 21
 - D. 24
 - E. 144

31. È data la funzione $f(x) = a^x$, con a positivo e diverso da 1. Si calcoli $f(-3 \log_a 2)$.

- A. $\frac{1}{8}$
- B. $\frac{1}{6}$
- C. $\sqrt[3]{2}$
- D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- E. $\frac{2}{3}$

32. La divisione del polinomio $x^3 + cx^2 - (c + 1)x + 1$ per il polinomio $x^2 - x$ ha quoziente $x + 4$ e resto 1. Allora c vale

- A. -1
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

33. L'insieme

$$\{(1 - t, 2t + 1) : t \in \mathbb{R}\}$$

è rappresentato nel piano cartesiano dalla retta di equazione

- A. $y = 2x - 1$
- B. $y = 2x + 3$
- C. $y = -2x + 3$
- D. $y = -2x + 2$
- E. $y = 3x - 2$

34. Sono dati gli insiemi S, T, V . Sapendo che $S \subseteq T$ e $S \subseteq V$, ne segue che

- A. $S \supseteq T \cap V$
- B. $T \subseteq V \cap S$
- C. $T \subseteq S \cup V$
- D. $V \subseteq T \cap S$
- E. $V \supseteq T \cap S$

35. Hai due recipienti cilindrici; i raggi delle due basi sono uno il triplo dell'altro. Se versi la stessa quantità di liquido in entrambi i recipienti, il liquido raggiunge due altezze diverse. Qual è il loro rapporto?

- A. $\sqrt{3}$
- B. 9
- C. $\sqrt[3]{9}$
- D. 3
- E. Non si può rispondere: il rapporto dipende dalle dimensioni dei recipienti